

- Los resultados de las ecuaciones diferenciales encontradas, solo son el reflejo de las cifras que se utilizaron. La validez de estas depende de la validez de las cifras que se encuentran en los anuarios de la AFE – COHDEFOR.
- Analizando la información manejada por las instituciones gubernamentales, es posible concluir una falta de claridad y seriedad en la importancia, por parte de las autoridades competentes, en lo referente al levantamiento de censos y estadísticas que reflejen de una manera fiel la situación forestal del país.
- El bosque es un factor de riquezas auto renovable para la sociedad Hondureña, la modelación del mismo y la implantación de políticas tendientes a obtener el máximo usufructo del mismo deben ser uno de los principales papeles de las entidades gubernamentales.
- De los seis modelos aquí presentados, parece ser que el número 3 es el que mejor representa la realidad del bosque hondureño. En este se presenta una asintota horizontal con un valor de aproximadamente $A_M = 3.84 \times 10^8 m^3$.

Referencias

- 1.- Anuarios AFE – COHDEFOR de 1993 – 2002.
- 2.- C. H. Edwards y D. E. Penney, Ecuaciones Diferenciales, Prentice Hall
- 3.- D. G. Zill, Ecuaciones Diferenciales con aplicaciones de modelado, Math Learning.
- 4.- The Student Edition of MATLAB: version 4: user's guide / The Math – Works Inc. Prentice Hall, 1995

ESTRATEGIAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS: UN EJEMPLO.

Lic. Mario Roberto Canales

No nos cabe la menor duda que en Honduras existen estudiantes de educación media con un gran talento para resolver problemas de matemáticas, esto lo podemos confirmar ya que hemos aplicado exámenes de olimpiadas de matemáticas en distintos departamentos y se ha tenido el gran honor de conocer a algunos estudiantes con ese don.

Desde luego, su formación matemática no es el adecuado como nosotros quisiéramos, pero su poder intuitivo y de visualización son enormes. Y estos son puntos que hay que resaltar en ese momento. Ellos poseen una intuición que los lleva rápidamente a encontrar la solución deseada, y el primer paso para ser un resolutor de problemas es ese. Aquel que no posea ese don, tendrá enormes dificultades para resolver problemas.

Por otro lado, uno de los objetivos que nos hemos propuesto es el de despertar ese don en nuestros estudiantes, como lo menciona Delone (citado en el calendario

matemático 2005 de México): "Un alumno no es un recipiente que hay que llenar de conocimientos, sino una antorcha que hay que encender"

Para lograr ese objetivo, hay que buscar buenos problemas que lleven a su solución por varios caminos, para el que alumno explore varias alternativas de solución, algunas veces nos hemos quedado sorprendidos cuando los estudiantes descubren un camino que nosotros no habíamos pensado, esa es la grandeza del pensamiento humano.

Continuando con esto, en la segunda reunión de profesores tutores realizada en Siguatepeque, en un momento de esa reunión se procedió a resolver problemas con el fin de encontrar varias respuestas al mismo y el resultado de ese ejercicio fue el siguiente:

1) De la siguiente sucesión:

1													
2	3	4											
3	4	5	6	7									
4	5	6	7	8	9	10							
5	6	7	8	9	10	11	12	13					

¿Hallar la suma de la fila 101?

Veamos ahora algunas soluciones encontradas:

1) Solución dada por el Lic. Alberto Fajardo

1													
2	3	4											
3	4	5	6	7									
4	5	6	7	8	9	10							
5	6	7	8	9	10	11	12	13					

De acuerdo a esto, cabe preguntarse ¿Cuántos términos tiene cada fila?

Número de fila	número de elementos
1	1
2	3
3	5
4	7

como se puede observar la tendencia es hacia los números impares , luego veamos si funciona la fórmula para desarrollar estos:

Número de fila	número de elementos $2n - 1$
1	$2(1) - 1 = 1$
2	$2(2) - 1 = 3$
3	$2(3) - 1 = 5$
4	$2(4) - 1 = 7$
...	...
101	$2(101) - 1 = 201$

Significa que la fila 101 tiene 201 elementos, y como comienza con 101 basta sumarle 200 para llegar a 201 elementos, esto significa que el último número de la fila es 301.

$$101 \quad 102 \quad 103 \quad \dots \quad 301$$

Entonces la suma, utilizando la fórmula de Gauss es:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{301} n - \sum_{i=1}^{100} n &= \frac{301(302)}{2} - \frac{100(101)}{2} = \frac{(100 + 201)(302) - 100(101)}{2} \\ &= \frac{100(302) + 201(302) - 100(101)}{2} = \frac{100(302 - 101) + 201(302)}{2} \\ &= \frac{100(201) + 201(302)}{2} = \frac{201(402)}{2} = (201)^2 \end{aligned}$$

Por lo tanto la suma de la fila 101 es 201^2 .

Otra forma de encontrar la suma:

$$1) 101 + 102 + 103 + 104 + \dots + 198 + 199 =$$

$$100 + 100 + 100 + 100 + \dots + 100 + 100 = 99(100)$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 98 + 99 = 99(50)$$

$$2) 200 + 201 + 202 + 203 + 204 + \dots + 298 + 299 =$$

$$200 + 200 + 200 + 200 + 200 + \dots + 200 + 200 = 100(200)$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 98 + 99 = 99(50)$$

$$3) 300 + 301 = 6(100) + 1$$

Resumiendo:

$$\begin{aligned}
 & 99(100) + 99(100) + 100(200) + 6(100) + 1 \\
 & = 204(100) + 200(100) + 1 \\
 & = 200(100) + 200(100) + 4(100) + 1 \\
 & = 200(200) + 2(200) + 1 \\
 & = 200^2 + 2(200) + 1 \\
 & = (200 + 1)^2 \\
 & = 201^2
 \end{aligned}$$

2) Solución dada por Lic. Mario Roberto Canales

Deseo averiguar que relación existe entre el número de fila y la suma de la fila:

$$\begin{array}{ccccccc}
 1 & = & 1^2 & & & & \\
 2 & 3 & 4 & = & 3^2 & & \\
 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & = & 5^2 \\
 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 = 7^2 \\
 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \quad 12 \quad 13 = 9^2 \\
 \cdot & & & & & & \\
 \cdot & & & & & & \\
 \cdot & & & & & &
 \end{array}$$

Número de la fila	aumento con respecto a la base	producto
1	0	$(1 + 0)^2$
2	1	$(2 + 1)^2$
3	2	$(3 + 2)^2$
4	3	$(4 + 3)^2$

siguiendo con estas sucesiones , se tendría que:

$$\begin{array}{ccc}
 101 & 100 & (101+100)^2 \\
 & & 201^2
 \end{array}$$

3) Solución dada por Lic. Juan Carlos Iglesias

Se desea averiguar cuál es el último número de la fila 101 y se observa lo siguiente:

$$\begin{array}{cccccccccc}
 1 & & & & & & & & & \\
 2 & 3 & 4 & & & & & & & \\
 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & & & & & \\
 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & & & \\
 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 &
 \end{array}$$

Los números marcados son múltiplos de 3 y se obtienen multiplicando 3 por el primer elemento de la fila anterior:

Por ejemplo la fila 4, el penúltimo número de esa fila es $3(3) = 9$, de acuerdo a esto se tiene que el penúltimo número de la fila 101 es $3(100) = 300$, luego el último número de esa fila es 301, luego se procede a hacer lo de la solución 1.

4) Solución dada por el Lic. Dennys Castillo (Profesor de Colón)

El observó que la suma es un cuadrado perfecto y que la base se obtiene de sumar el primer número de la fila anterior con el primer número de la fila que se desea sumar:

$$\begin{array}{ccccccccc}
 1 & = 1^2 \\
 2 & 3 & 4 & = (1+2)^2 \\
 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & = (2+3)^2 \\
 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & = (3+4)^2 \\
 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 = (4+5)^2
 \end{array}$$

Por ejemplo, se desea sumar la fila 3, el primer número de esa fila es 3 y el primer número de la fila anterior es 2, luego se suman y el resultado se eleva al cuadrado. Siguiendo este proceso, se tiene que la suma de la fila 101 será $(100+101) = 201^2$

5) Solución dada por la Profesora Hilda Rodríguez (Profesora de Choluteca)

Se enfoca en la suma y se da cuenta que el número que está en medio es exactamente la base de la suma de la fila.

$$\begin{array}{ccccccccc}
 1 & = 1^2 \\
 2 & 3 & 4 & = 3^2 \\
 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & = 5^2 \\
 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & = 7^2 \\
 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 = 9^2
 \end{array}$$

Luego sólo tiene que encontrar el número de en medio de la fila 101 y tiene la solución.

Pero la riqueza de todo esto, es que de aquí se pueden dar los cuatro pasos clásicos que formuló Polya (1954), veamos:

1. Comprender el problema:

De este problema se nos pide encontrar la suma de la fila 101, que no se da.

$$\begin{array}{ccccccccc}
 1 & & & & & & & & \\
 2 & 3 & 4 & & & & & & \\
 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & & & & \\
 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & & \\
 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13
 \end{array}$$

Ahora me pregunto, ¿Cuánto es la suma de cada fila?

$$\begin{array}{ccccccccc}
 1 = 1^2 & & & & & & & & \\
 2 & 3 & 4 = 3^2 & & & & & & \\
 3 & 4 & 5 & 6 & 7 = 5^2 & & & & \\
 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 = 7^2 & & \\
 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 = 9^2
 \end{array}$$

y veo que la suma de las filas dadas es un cuadrado perfecto impar, mi intuición me dice que la respuesta es el cuadrado de un número impar.

Tengo que encontrar los números de la fila 101.

2. Trazar un plan para resolverlo:

Bueno tengo que buscar cuales son los elementos de la fila 101, comienzo a buscar patrones:

1												
2	3	4										
3	4	5	6	7								
4	5	6	7	8	9	10						
5	6	7	8	9	10	11	12	13				

De acuerdo a esto, cabe preguntarse ¿Cuántos términos tiene cada fila?

Número de fila	número de elementos
1	1
2	3
3	5
4	7

como se puede observar la tendencia es hacia los números impares , luego veamos si funciona la fórmula para desarrollar estos:

Número de fila	número de elementos $2n - 1$
5	$2(1) - 1 = 1$
6	$2(2) - 1 = 3$
7	$2(3) - 1 = 5$
8	$2(4) - 1 = 7$
...	...
102	$2(101) - 1 = 201$

significa que la fila 101 tiene 201 elementos, y como comienza con 101 basta sumarle 200 para llegar a 201 elementos , esto significa que el último número de la fila es 301.

101 102 103 ... 301

la otra solución es:

1												
2	3	4										
3	4	5	6	7								
4	5	6	7	8	9	10						
5	6	7	8	9	10	11	12	13				

Los números marcados son múltiplos de 3 y se obtienen multiplicando 3 por el primer elemento de la fila anterior:

Por ejemplo la fila 4 , el penúltimo número de esa fila es $3 (3) = 9$, de acuerdo a esto se tiene que el penúltimo número de la fila 101 es $3 (100) = 300$, luego el último número de esa fila es 301.

3. Poner en práctica un plan

Bueno ahora sé que la fila 101 la componen los números del 101 al 301, ahora necesito saber cuánto dará la suma y veo que:

$1 = 1^2$													
2	3	4	$= 3^2$										
3	4	5	6	7	$= 5^2$								
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	$= 7^2$			
5	6	7	8	9	10	11	12	13	$= 9^2$				
Número de la fila				aumento con respecto a la base									
1										0			
2										1			
3										2			
4										3			

Siquiendo con estas sucesiones, se tendría que:

$$101 \qquad \qquad \qquad 100 \qquad \qquad \qquad (101+100)^2 = 201^2$$

La suma será 201^2 .

Otra forma es:

$$\begin{array}{ccccccccc}
 1 & = & 1^2 \\
 2 & 3 & 4 & = & (1 + 2)^2 \\
 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & = & (2 + 3)^2 \\
 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & = & (3 + 4)^2 \\
 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 = (4 + 5)^2
 \end{array}$$

Por ejemplo, se desea sumar la fila 3, el primer número de esa fila es 3 y el primer número de la fila anterior es 2, luego se suman y el resultado se eleva al cuadrado. Siguiendo este proceso, se tiene que la suma de la fila 101 será $(100 + 101) = 201^2$

La otra forma se enfoca en la suma y me doy cuenta que el número que esta en medio es exactamente la base de la suma de la fila.

$$\begin{array}{ccccccccc}
 1 & = 1^2 & & & & & & & \\
 2 & 3 & 4 & = 3^2 & & & & & \\
 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & = 5^2 & & & \\
 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & = 7^2 & \\
 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 = 9^2
 \end{array}$$

Luego el número en medio de 101 y 301 es 201, entonces la solución es 201^2

4. Comprobación de los resultados:

Entonces la suma, utilizando la fórmula de Gauss es:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{301} n - \sum_{i=1}^{100} n &= \frac{301(302)}{2} - \frac{100(101)}{2} = \frac{(100+201)(302) - 100(101)}{2} \\ &= \frac{100(302) + 201(302) - 100(101)}{2} = \frac{100(302 - 101) + 201(302)}{2} \\ &= \frac{100(201) + 201(302)}{2} = \frac{201(402)}{2} = (201)^2\end{aligned}$$

Por lo tanto la suma de la fila 101 es 201^2 .

Otra forma de encontrar la suma:

$$1) 101 + 102 + 103 + 104 + \dots + 198 + 199 =$$

$$100 + 100 + 100 + 100 + \dots + 100 + 100 = 99(100)$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 98 + 99 = 99(50)$$

$$2) 200 + 201 + 202 + 203 + 204 + \dots + 298 + 299 =$$

$$200 + 200 + 200 + 200 + 200 + \dots + 200 + 200 = 100(200)$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 98 + 99 = 99(50)$$

$$3) 300 + 301 = 6(100) + 1$$

Resumiendo:

$$99(100) + 99(100) + 100(200) + 6(100) + 1$$

$$= 204(100) + 200(100) + 1$$

$$= 200(100) + 200(100) + 4(100) + 1$$

$$= 200(200) + 2(200) + 1$$

$$= 200^2 + 2(200) + 1$$

$$= (200 + 1)^2$$

$$= 201^2$$

Luego la respuesta dada es la correcta.