HISTORIA DE LA MATEMÁTICA

Historia de la multiplicación y la división a través de la humanidad.

Mario Roberto Canales
Master en Educación Matemática

Miguel de Guzmán (1993: 97) afirma que la historia proporciona una magnifica guía para enmarcar los diferentes temas, los problemas de los que han surgido los conceptos importantes de la materia, nos da luces para entender la razón que ha conducido al hombre para ocuparse de estos conceptos con interés. Si conocemos la evolución de las ideas de las que pretendemos ocuparnos, sabremos perfectamente el lugar que ocupan en las distintas consecuencias, aplicaciones interesantes que de ellas han podido surgir, la situación reciente de las teorías que de ellas han derivado.

Piaget citado por Kamii (1995: 35) creía que si queremos comprender el conocimiento humano, tenemos que estudiar su origen y su evolución en la historia. Su razonamiento era que si el conocimiento de hoy se ha ido creando a lo largo de siglos mediante un proceso de construcción, podrían existir paralelismos entre la manera en que los niños construyen hoy el conocimiento y la manera en que la humanidad lo construyó en el pasado.

Kamii, (1995: 35) es de la opinión que conocer estos paralelismos entre la construcción de conceptos de números por parte del individuo y la construcción de los mismos conceptos por parte de la humanidad nos ayuda enormemente a comprender la naturaleza del conocimiento lógico- matemático y de los conceptos de número.

El propósito introducir la historia del surgimiento de la multiplicación y la división, es destacar lo inadecuado que es tratar de transmitir a los niños, de una forma ya preestablecida los resultados de siglos de construcción por parte de matemáticos adultos. Para Miguel de Guzmán (1993: 98) no se puede esperar que los alumnos descubran, en un par de semanas, lo que la humanidad elaboró a lo largo de varios siglos de trabajo intenso de mentes brillantes.

Sfard (2002: 31), es de la idea que este proceso nos puede hacer tomar conciencia del largo y penoso proceso que precede al nacimiento de un objeto matemático ya que puede ser la clave para entender algunas de las dificultades experimentadas por los estudiantes.

De aquí, apoyando a Miguel de Guzmán (1993: 98), un cierto conocimiento de la historia de la matemática debería formar parte indispensable del conocimiento de los profesores de cualquier nivel, ya sea primario, secundario o superior, no solo porque sirve como instrumento de enseñanza, sino primariamente porque la historia le proporciona una visión verdaderamente humana a la ciencia.

Boyer (1986: 22) sostiene que la aparición del pensamiento matemático en la humanidad fue un hecho prolongado y difícil, que nuestros antepasados tuvieron que superar. Su desarrollo se debió gracias al lenguaje articulado. El hombre necesitó de miles de años para extraer los conceptos abstractos de situaciones concretas repetidas, lo cual llevó, aunque en forma primitiva, al origen de la matemática.

Las afirmaciones que se hagan acerca de los orígenes de la matemática, ya sea de la aritmética o de la geometría, serán necesariamente arriesgadas y conjetúrales, ya que éstas son más antiguas que el de la escritura. Y dentro de la aritmética la aparición de los números naturales, que es uno de los conceptos más antiguos de la matemática, se pierde entre la oscuridad de la antigüedad prehistórica.

Si bien ha sido difícil establecer la aparición de la matemática, los números naturales y la aritmética, mucho más misterioso es la aparición de las operaciones aritméticas. Sin embargo, según los estudios de Bell (1995: 41), la aritmética de aproximadamente 1650 a.c., era apta para la adición, sustracción, la multiplicación y la división, y se aplicaba a muchísimos problemas extraordinariamente sencillos.

Lo que si se puede establecer según Boyer (1986: 36), gracias al papiro de Ahmes, es que la operación fundamental en Egipto era la suma, y las operaciones de multiplicación y división se hacían en la época de Ahmes por sucesivas duplicaciones. Para Collete (1986: 44) toda la estructura de la aritmética egipcia se basa en dos principios operacionales: el primero favorece la capacidad para multiplicar y dividir por 2. Y el segundo para desarrollar los dos tercios de cualquier número, entero o fraccionario.

Un ejemplo de la multiplicación y división, utilizando este proceso son los siguientes:

24 x	37
1	37
2	74
4	148
8	296
16	592

El objetivo era duplicar el multiplicando, comenzando desde la unidad hasta llegar a un número que no sobrepase al mismo, y al mismo tiempo con la unidad en la columna de la derecha se colocaba el multiplicador, que se va duplicando simultáneamente con el multiplicando. Luego la idea es sumar algunos números de la columna de la izquierda hasta conseguir el multiplicando, esto es, 24 = 8 + 16 y luego se toman los números respectivos de la columna de la derecha y la suma de ellos será la respuesta de dicha multiplicación; 296 + 592 = 888. Luego 24 x 37 = 888.

Para la división, el proceso es igual, la diferencia es que se duplica el divisor en la columna de la izquierda, y en la columna de la derecha se comienza con la unidad:

847 ÷	33
33	1
66	2
132	4
264	8
528	16

Luego se procede de la siguiente manera: ya que el doble de 528 excede a 847, el proceso de duplicación se detiene. Luego:
847 – 528 = 319 (528 corresponde a 16 de la otra columna)
319 – 264 = 55 (264 corresponde a 8 de la otra columna)
55 – 33 = 22 (33 corresponde a 1 de la otra columna)
entonces 33 cabe 16 + 8 + 1 = 25 veces en 847 y tiene como resto 22.

Según la experiencia de Collete (1986: 45) este principio de desdoblamiento utilizado en la multiplicación y división elimina la necesidad de aprender tablas de multiplicación (o construirlas).

Otra civilización que conocía la multiplicación y división era la Babilónica, para la multiplicación utilizaban tablas como las que tenemos actualmente. Y la división la ejecutaban mediante una simple multiplicación del dividendo por el divisor, usando para ello una tabla de inversos. Si se desea dividir 47 por 8, se busca primero el inverso de 8 que es 7,30; después se utiliza una tabla de multiplicación en la que s = 7,30 y se efectúa la siguiente operación: 40 x 7,30 + 7 x 7,30, resultados que se encontraban en una tabla elegida.

En la civilización Griega, no existen vestigios fuertes de cómo realizaban las operaciones aritméticas, pero tuvieron una fuerte influencia de Babilonia y Egipto. Los griegos distinguieron el estudio de las relaciones abstractas existentes entre los números del cálculo práctico. Según las investigaciones de Collete (1986: 74) y Boyer (1986: 92), el primero se conocía con el nombre de aritmética y los segundos recibían el nombre de logistas. Para Platón la logística era conveniente para el comerciante o para el hombre de guerra, que debía aprender el arte de los números o no sabrá como desplegar sus tropas. El filosofo, considerando las investigaciones de Boyer (1986: 124), debe ser aritmético "porque tiene que conseguir salir del mar del cambio para establecer contacto con el verdadero ser".

A pesar de no existir una formulación clara de las operaciones básicas con números naturales, no puede hacerse a un lado el enorme aporte de los griegos a la matemática actual, prueba de ello lo constituye el libro "Los Elementos" de Euclides, y para ser más exacto los Libros VII, VIII y IX que están dedicados a la teoría de números. Aquí Euclides no usa las palabras "es múltiplo de" o "es factor o divisor de", sino que las sustituye por "esta medido por" o "mide a" respectivamente.

Dentro del libro VII, Euclides (?: 837) en la proposición 16, dice: "si dos números multiplicados alternativamente dan ciertos números, estos números son iguales", esta proposición constituye la propiedad conmutativa de la multiplicación.

En China también se encuentran vestigios de la multiplicación y la división. En primer lugar, los chinos tenían dos sistemas de numeración, uno era multiplicativo y el otro utilizaba una forma de notación decimal. Un ejemplo de ello sería: el número 678 se escribía como el símbolo del 6 seguido del símbolo del 100, el símbolo del 7 seguido del símbolo del 10 y el símbolo del ocho.

Uno de los manuales más importantes en China es el Sunzi Suanjing, escrito en el primer milenio. Considerando las investigaciones de Maza (1991: 89), este manual contiene el método Cheng Zhi Fa de multiplicación y el Chi Zhi Fa de la división. Los modelos que utilizaban tenían la siguiente posición:

Multiplicación	División
Multiplicador	**Cociente**
Producto	Dividendo
Multiplicando	Divisor

Un ejemplo de cómo multiplicaban los chinos es el siguiente:

Efectuar 23 x 47:

Primer paso: se coloca el 47 sobre el 23 dejando un amplio espacio entre ellos:

```
          4  7


      2   3
```

Segundo paso: se multiplican entre sí las cifras significativamente más altas de ambos números, de manera que el algoritmo, en realidad, se desarrolla de izquierda a derecha. El resultado parcial obtenido se coloca entre ambas filas:

```
          4  7
      8
      2   3
```

Tercer paso: se multiplica la cifra más alta del multiplicador por la siguiente del multiplicando colocando el resultado a la derecha del primer número encontrado, salvo si es superior a 10, en cuyo caso se sustituye el resultado anterior por la suma de los dos obtenidos hasta ahora:

```
          4  7
      9   2
      2   3
```

Cuarto paso: se multiplica ahora la cifra siguiente del multiplicador por la primera del multiplicando, procediendo de la misma manera que en el caso anterior, respetando el valor posicional parcial así obtenido:

7

1 0 6

2 3

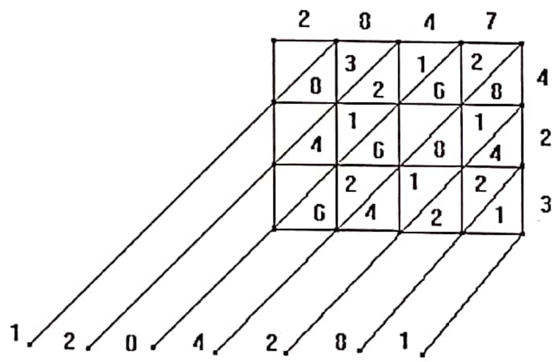
quinto paso: se multiplican las cifras restantes del multiplicador y multiplicando, obteniéndose en la fila central el resultado final.

4 7

1 0 8 1 ⟶ producto.

2 3

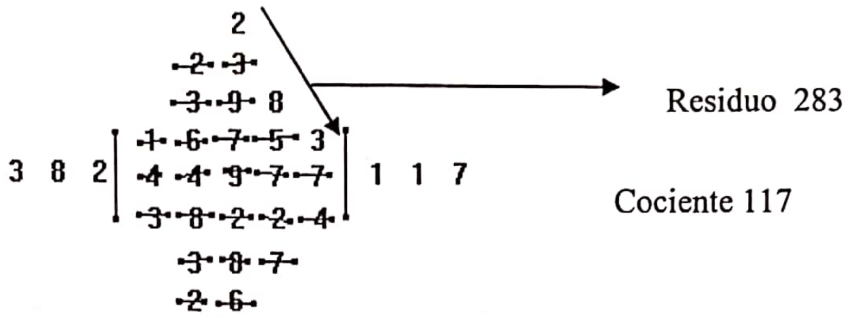
Por su parte, el método de los hindúes llamado de gelosias o celdillas o en cuadrilátero, es muy útil para evitar las llevadas de las multiplicaciones, pero si hay que efectuar las llevadas de la suma final: un ejemplo es: 2847 x 423



Aquí el multiplicando aparece en la parte superior de la gelosia, el multiplicador aparece en la parte derecha y los productos parciales aparecen en las celdas cuadradas, en donde la unidad va abajo y las decenas arriba. El producto final es la suma de las diagonales.

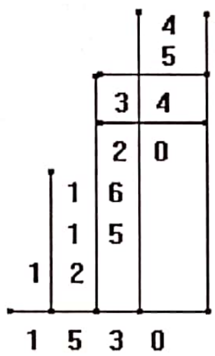
El algoritmo de las gelosias fue transmitido de la India a la China y a Arabia, de aquí hacia Italia durante los siglos XIV y XV, donde recibió el nombre de gelosia, debido al parecido que tenía con las persianas venecianas. La aritmética de Trevio en 1478, fue probablemente la primera obra que divulgó su utilización. Kamii (1995: 47) es de la opinión que aunque el procedimiento escrito de este método parece muy diferente del algoritmo empleado en la actualidad, la lógica de multiplicar cada digito del multiplicando por cada digito del multiplicador y de sumar todos los resultados al final es exactamente la misma.

Otro aporte significativo, según Smith y Ginsburg (1997: 52), de los hindúes fue el de la división larga o método de las galeras o de las "tachaduras" ya que cuando se utilizaban los números estos se tachaban . Una división entre 44977 por 382 sería:



El proceso es fácil de seguir, si tenemos en cuenta que los dígitos del sustraendo como 2674 o de una diferencia dada como 2957, no figuran todos ellos en la misma fila y que los sustraendos aparecen por debajo de la línea central y las diferencias por encima. Este método fue utilizado en los siglos XV y XVI en Europa.

En un manuscrito aparecido en Europa en 1424, aparece una forma peculiar de multiplicar, este modelo poco a poco fue dando origen a nuestro algoritmo actual.



Algo similar ocurrió con la división, el método de la caja de la división aparece en la obra de Leonardo de Pisa "Fibonacci" en el siglo XIII. Al final el método de la "caja" terminó por imponerse al de la galera. Nuestro método actual denominado "división larga", comenzó a utilizarse en el siglo XV. Investigaciones de Smith y Ginsburg (1997: 53) aseguran que apareció impreso por primera vez en la aritmética de Calandris, publicada en Florencia (Italia) en 1491

Y por último, para Alem (1987: 20) la designación de los signos modernos, fue un gran paso hacia nuestro algoritmo actual, hay que destacar:

Tabla No. 3.

.	Signo de multiplicación, usado por el filósofo y matemático Leibniz
:	Signo de división se debe a Leibniz
÷	Signo de división usada por Rhan, inglés 1659.
/	Inventado por los árabes.

Invención de los signos de multiplicar y dividir

Al respecto con nuestro algoritmo actual, Kamii (1995: 47) opina que al transmitir de una forma prescrita el algoritmo actual a los niños, que es el resultado de siglos de reflexión de los adultos, privamos a los niños de la oportunidad de pensar por su cuenta. Los niños de hoy inventan procedimientos igual que nuestros antepasados y necesitan pasar por un proceso similar de construcción para llegar a ser capaces de comprender los algoritmos de los adultos.

BIBLIOGRAFÍA

Alem,J. (1987). Nuevos juegos de ingenio y entretenimiento matemático. Editorial Gedisa Mexicana , México.

Bell,E. (1995). Historia de la Matemática. McGrall Hill, México.

Boyer, C. Historia de la Matemática. Alianza Editorial, España.

Collete, J. (1986). Historia de la Matemática. Editorial Romont, México.

Euclídes. (¿), Elementos de Euclídes.

Guzmán, M. (1993), La Enseñanza de las Ciencias y la Matemática, Editorial Popular, España.

Kamii, Constance Kasuko (1995) Reinventando la Aritmética III. Editorial A. Machado. España.

Maza, Carlos. (1991), Enseñanza de la Multiplicación y la División, Editorial Síntesis, España.

Sfard, A., (2002), "El origen operacional de los objetos matemáticos y la incertidumbre de la reificación -el caso de función", Hanbook of Internacional Research in Mathematics Education, Lawrence Erlbaum Associates, Inglaterra.

Smith, D. & Ginsburg, J., (1997) " De los números a los numerales y de los numerales al Cálculo",

Sigma El mundo de la Matemáticas, Editorial Grijalbo, España.