LA ARITMÉTICA, UNA HERRAMIENTA PARA RESOLVER PROBLEMAS

M.Sc. MARIO ROBERTO CANALES

Muchas veces se ha dicho que la matemática es una herramienta para resolver problemas de la vida diaria, y además que las ramas de la matemática son: aritmética, álgebra, geometría, trigonometría, cálculo, etc., Luego cada rama de la matemática debe ser instrumento para resolver problemas.

De acuerdo con Schoenfeld (1989,144) el poder que radica en el aprendizaje de la matemática es la capacidad de usarla. Si los alumnos sólo pueden usar un procedimiento ciegamente o sólo pueden emplear una técnica en circunstancias exactamente iguales a las circunstancias en las que la aprendieron, la educación, en gran medida, ha fracasado.

En este sentido, Steen (1998, 99) afirma que la meta más importante de las matemáticas escolares consiste en desarrollar en los estudiantes la habilidad para hacer razonamientos inteligentes con información cuantitativa.

Esa misma idea tiene Schoenfeld (1989,146) al afirmar que la esencia de la enseñanza de la matemática debe centrarse en el desarrollo del poder matemático, es decir, el desarrollo de aptitudes para:

a) Entender conceptos y métodos matemáticos
b) Discernir relaciones matemáticas.
c) Razonar lógicamente.
d) Aplicar conceptos, métodos y relaciones matemáticas para resolver una variedad de problemas no-rutinarios.

Uniendo estas dos ideas, surge una pregunta que es pertinente. ¿Los estudiantes de quinto, sexto y séptimo grado son capaces de resolver problemas de álgebra, sin conocer esta rama de la matemática?

La respuesta es sí, un ejemplo es el siguiente:

1) Efraín tiene L. 12 más que Adela. ¿Cuánto tienen cada uno, si entre los dos tienen L.30?

Este es un problema de álgebra, que utiliza ecuaciones lineales con una incógnita, su solución es la siguiente:

X lo que tiene Adela, X + 12 lo que tiene Efraín luego:

X + X + 12 = 30 con lo cuál 2X = 18 luego X = 9, Adela tiene L 9 y Efraín tiene X + 12 = 21, L. 21.

Este mismo ejercicio se aplicó en la primera Olimpiada de Matemáticas de primera desarrollada en agosto del 2006 en San Pedro Sula, y muy ingeniosamente algunos estudiantes hicieron lo siguiente:

Lo que tiene Adela	Efraín tiene 12 más	Total
1	13	14
2	14	16
3	15	18
4	16	20
5	17	22
6	18	24
7	19	26
8	20	28
9	21	30

Luego concluyeron que Adela tiene L.9 y Efraín L. 21.

Para resolver el problema no hubo la necesidad de plantear una ecuación como al principio, sino que se utilizó un razonamiento lógico y estimación para resolver el problema, ello indica que comprendieron correctamente lo que se deseaba.

Otro problema planteado en ese mismo examen, fue el siguiente:

2) En un examen se colocaron 20 preguntas. Por cada problema resuelto correctamente se otorgaron 8 puntos, y por cada problema resuelto incorrectamente se quitaban 5 puntos. Si Cristina contestó todo y recibió un total de 108 puntos, ¿Cuántos problemas resolvió correctamente y en cuántos falló?

Los estudiantes que lograron contestarlo lo hicieron así:

Correctamente	puntos	incorrectamente	puntos	Total
20	160	0	0	160
19	152	1	5	147
18	144	2	10	134
17	136	3	15	121
16	128	4	20	108

De esta forma llegaron a contestar que Cristina tenía 16 preguntas buenas y 4 malas.

Consideremos más ejercicios de álgebra que los estudiantes pueden resolver:

3) La suma de dos números es 72 y un número es el doble del otro (Johnson, 2000,1)

Número	El doble de ese número	Total
1	2	3
2	4	6
10	20	30
20	40	60
21	42	63
22	44	66
23	46	69
24	48	72

La respuesta es 24 y 48.

4) Un tren carguero sale de los Ángeles con destino a Chicago a 40 km / h. Dos horas después sale de la misma estación un tren de pasajeros a Chicago a 60 km/h. ¿Cuánto tiempo tardará el tren de pasajeros en rebasar al tren carguero? (Johnson, 2000,20).

La solución dada por el autor es la siguiente:

Tren	Tiempo	Velocidad	Distancia
Tren de carga	X + 2	40	40(x+2)
Tren de pasajeros	X	60	60x

Luego resuelve $40 (x + 2) = 60x$

La otra idea es más sencilla, es ir midiendo la distancia, hasta llegar a la igualdad:

Horas	Tren de carga	Tren de pasajeros
1	40	0
2	80	0
3	120	60
4	160	120
5	200	160
6	240	240

El tren de pasajeros alcanza al tren de carga en 4 horas.

5) Un grupo de niñas exploradoras tiene 20 kilogramos de caramelos con valor de 80 centavos el kilogramo y desea mezclarlos con caramelos de 50 centavos el kilogramo para vender la mezcla total a 60 centavos el kilogramo, sin ganancia ni perdida. ¿Qué cantidad de dulces de 50 centavos deben emplear? (Johnson, 2000,60)

La solución del problema es resolver la ecuación $0.8\ (20) + 0.5\ x = 0.6\ (x + 20)$

Luego, una alternativa es:

Kilogramos de .8	Total	Kilogramos de .5	Total	Total	Kilogramo de .6	total	Perdida o ganancia
20	16	1	.5	16.5	21	12.6	perdida
20	16	5	2.5	18.5	25	15	Perdida
20	16	10	5	21	30	18	perdida
20	16	15	7.5	23.5	35	21	perdida
20	16	20	10	26	40	24	perdida
20	16	25	12.5	28.5	45	27	perdida
20	16	30	15	31	50	30	perdida
20	16	35	17.5	33.5	55	33	perdida
20	16	40	20	36	60	36	0

Luego se necesitan 40 kilogramos de caramelos de 0.50 para la mezcla.

6) Miguel tiene algunas monedas en el bolsillo, entre ellas monedas de diez, cinco y de un centavo. Tiene dos monedas más de cinco que de diez y tres veces más monedas de un centavo que de cinco. ¿Cuántas monedas de cada tipo tiene si en total tiene 52 centavos? (Johnson, 2000,76)

La solución dada es $10\ x + 5\ (x + 2) + 3\ (x + 2) = 52$

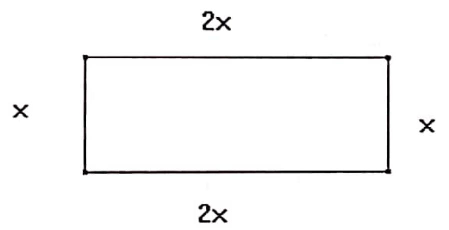
Luego, la alternativa es:

10 ctvs.	total	5 ctvs.	total	1 ctvs.	total	Total
1	10	3	15	9	9	34
2	20	4	20	12	12	52

Luego tiene 2 monedas de 10 ctvs, 4 monedas de 5 ctvs. Y 12 monedas de 1 ctvs.

7) El largo de un rectángulo es igual al doble de su ancho y su perímetro es 138 m. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo? (Johnson, 2000,141)

La primera parte es el dibujo:



Luego se construye la tabla:

lado	doble	Lado	doble	Total
1	2	1	2	6
5	10	5	10	30
10	20	10	20	60
15	30	15	30	90
20	40	20	40	120
22	44	22	44	132
23	46	23	46	138

Luego las medidas son 23m de ancho y 46 m de largo.

La idea que surgen de estos problemas al resolverlos por medio de la aritmética es, según Otero (1998,100), que si consideramos quién sabe más significa poder explicitar la mayor cantidad de relaciones, entonces, se puede inferir que los individuos con relaciones aritméticas saben más, pues han explicitado, con seguridad, mayor cantidad de relaciones correctas.

Cedillo (1999, 17) opina que parece sensato pensar que la función de las operaciones de la aritmética, y los conceptos que estas involucren podrían comprenderse mejor si su enseñanza se ubica en un contexto en donde la finalidad no sea simplemente ejecutar bien las operaciones básicas, sino usarlas como un medio para resolver problemas.

No se trata de dejar por un lado la estrategia algebraica, ya que ocultan una gran cantidad de relaciones del problema, pero de acuerdo con Otero, liberan a la memoria del peso de retener información posibilitando llegar a generalizaciones que de otra manera no se pueden obtener.

La idea de presentar otras formas de resolver estos ejercicios es que se puede utilizar la aritmética como alternativa para resolver problemas de álgebra, de esta forma se hace posible que el estudiante tenga otra herramienta para resolver problemas.

En la investigación llamada " las representaciones mentales y la enseñanza de la matemática", Otero (1998,100) concluye que parece surgir de este análisis la idea de revalorizar los procedimientos de tipo aritmético, considerados generalmente de status inferior en la matemática, pues no solamente posibilitan la explicitación de gran cantidad de relaciones sino también " hablan" del modo de pensar de los alumnos, un dato de absoluta importancia para aquellos docentes que procuran generar verdaderos aprendizajes.

BIBLIOGRAFÍA:

Cedillo, T.1999, revista educación matemática, Editorial Iberoamerica. México

Johnson, M. 2000. Cómo resolver problemas con álgebra. McGraw Hill. México

Oteen, L. A. 1998. La enseñanza agradable de las matemáticas. Editorial Limusa. México.

Otero, M. R. 1998. Las representaciones mentales y la enseñanza de la matemática, en revista Educación Matemática, 91-101. Editorial Iberoamerica. México.

Schoenfel. A . 1989. La enseñanza del pensamiento matemático y la resolución de problemas, pag. 141- 170. en Currículo y Cognición. Aique Argentina