

LA CAJA DE POLINOMIOS MEJORA EL REDIMIENDO ACADÉMICO DE LOS ALUMNOS DE ÁLGEBRA I

Carlos Chacón, Luis Rodríguez, Henry Cordón, María Luisa Alvarado.

Profesor-Asesor: M.Sc. Pastor Umanzor

1. INTRODUCCIÓN

La historia de la matemática brinda importantes herramientas a los educadores, para aprender y enseñar. El propósito de esta investigación es animar al docente a buscar soportes teórico-metodológicos que contribuyan al desarrollo de nuevas alternativas en la enseñanza con nuevas estrategias didácticas que ayuden al alumno a aprender enfatizando lo lúdico. Es importante destacar que el objetivo primordial de la enseñanza básica no consiste en embutir en la mente del alumno un amasijo de información que podría serle útil como ciudadano. Más bien, el objetivo consiste en ayudarlo a desarrollar su mente y sus potencialidades intelectuales, sensitivas, afectivas y físicas de modo armonioso. Por la semejanza de estructura entre el juego y la matemática, es claro que existen actividades y actitudes que fortalecen lo cognitivo en las personas. La elección de los juegos tiene ventajas de tipo psicológico motivacional. El documento que se presenta es el resultado de una investigación desarrollada en el marco de la asignatura Investigación en Educación Matemática y responde a un cuasi-experimento sobre la caja de polinomios, que implica una validación del modelo lúdico.

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Los problemas con los que llegan los estudiantes a estudiar matemáticas al Centro Universitario Regional de la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán. El tema de los polinomios es una especificidad y son muchos los alumnos que presentan dificultades en su aprendizaje, y parte de estos problemas los provocan los docentes ya que estos no utilizan metodologías que faciliten un aprendizaje significativo, en educación media y aquí en la universidad. Los alumnos de la clase de Investigación en Educación Matemática nos hemos preocupado por conocer los diferentes problemas por los cuales los alumnos tienen un bajo rendimiento en la clase Álgebra I, tema los Polinomios, pues es común observar en nosotros y los que estudiamos la especialidad en matemáticas una mala base con la que fuimos formados en el colegio, suponemos que por profesores egresados del CURSPS, que asociados al poco tiempo que dedicamos a estudiar los temas de la clase, a la excesiva carga académica que tomamos por avanzar más rápido en la carrera, y sin la asesoría académica adecuada, nuestro rendimiento es bajo; esto repercute directamente en nuestro interés por estudiar. Esto es correlativo con las limitadas opciones que el docente de dicha asignatura propone para evolucionar en la enseñanza de la matemática

que siempre sigue viéndola como él la aprendió hace mucho tiempo atrás, además que sigue utilizando el mismo libro de texto, durante toda su carrera docente y copiando al pie de la letra los contenidos en la pizarra. Otros de los problemas con los que comúnmente nos encontramos los alumnos al estudiar las matemáticas son los siguientes:

1. El profesorado de matemáticas no conoce suficientemente las demás áreas de conocimiento y esto provoca un enfoque utilitarista de los contenidos.
2. Hay profesores que piensan que ya es demasiado tarde para ellos, que ya son mayores para usar nuevas tecnologías y metodologías.
3. Muchos profesores se sienten cómodos enseñando los temas tal como se los enseñaron a ellos y, a la vez, padecen una falta de confianza en sí mismos que les impide introducir cambios (Gómez, 2002, Pág. 23).

En otra perspectiva, también, podemos hablar de un alumno aburrido por encontrar un proceso repetitivo en su aprendizaje de las matemáticas que no facilita el desarrollo de un pensamiento matemático, convirtiendo a estos alumnos en receptores directos de conocimientos matemáticos, pero no como docentes que serán. En este caso es visible una real pérdida de interés y, a la vez, un alumno que se dedica a estudiar matemáticas para justificar una forma de vida.

1.2 PREGUNTA-PROBLEMA

¿De qué manera el modelo de la caja de polinomios mejora el rendimiento académico de los estudiantes de Álgebra I? **Objetivo general.** Conocer la manera que el modelo de la caja de polinomios mejora el rendimiento académico de los estudiantes de álgebra I, durante el tercer período del 2007. **Objetivos específicos:** 1. Identificar la base matemática que traen los estudiantes cuando ingresan a la UPNFM en la asignatura de Álgebra I. 2. Determinar los problemas que confrontan los estudiantes en el aprendizaje de matemáticas, en especial en las operaciones con polinomios. 3. Validar el modelo de la caja de polinomios para mejorar el rendimiento de los alumnos de Álgebra I. 4. Sistematizar el modelo de la caja de polinomios.

1.3 JUSTIFICACIÓN

Con esta investigación se pretenden mostrar las ventajas que tiene la implementación de un modelo de enseñanza de los polinomios llamado caja de polinomios, que consiste en la unión de conceptos matemáticos y didácticos que facilitan la comprensión de problemas de polinomios utilizando un plano cartesiano en el cual se ubican fichas que corresponden a las cantidades expresadas y le dan sentido a las operaciones, colocadas en un encuadre minimal (con la menor cantidad posible de fichas).

El Jefe de la Sección de Ciencias Matemáticas, según su experiencia como docente en la asignatura de Álgebra I, ha detectado que existen dificultades en el aprendizaje de los polinomios debido a la mala base que traen los alumnos, en tal virtud, nos asignó realizar una validación del modelo la caja de polinomios en el marco de la asignatura Álgebra I. Con la validación se pretende establecer la problemática de estos alumnos, en especial con los reprobados en tal tema, quienes sirvieron como grupo experimental y los que aprobaron como grupo control. La importancia de realizar este ensayo está relacionado con la posibilidad de mostrar que con un poco más de esfuerzo de los docentes en el manejo de los polinomios, se puede acercar a los estudiantes a una nueva oportunidad de aprender polinomios, además, cálculo y física, como asignaturas posteriores.

Nosotros los alumnos de la clase de investigación en educación matemática consideramos oportuno aprender a investigar, conocer un modelo de enseñanza de los polinomios, a valorar los problemas con que inician nuestros colegas, a aprender a desarrollar un modelo de enseñanza como estudiantes universitarios, a diseñar una investigación cuasi-experimental y a sistematizar una experiencia profesional en nuestra formación como docentes de matemáticas. Además, nos resultó una experiencia muy interesante porque servimos de enlace académico con compañeros que recién inician la carrera.

1.4 MARCO TEÓRICO

Un polinomio, es una expresión que se construye por una o más variables, usando solamente las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y exponentes numéricos positivos. Debido a su estructura simple, los polinomios son muy sencillos de evaluar, y son usados extensivamente en análisis numérico para interpolación polinómica o para integrar numéricamente funciones más complejas.

El desarrollo del pensamiento matemático requiere, por un lado, de la aprehensión de los objetos matemáticos mediante una comprensión conceptual y, por otro, entender que las representaciones semióticas (las que representan al objeto) posibilitan una actividad sobre los objetos matemáticos (Duval, s.f). Esos objetos son representados mediante símbolos o signos, los cuales son representaciones semióticas del mismo, por lo tanto, es importante establecer diferencias entre un objeto y su representación, esto es un punto estratégico para la comprensión de la matemática.

Los polinomios son una consecuencia del álgebra ya que es la combinación de símbolos y números los cuales al unirlos nos dan como resultado un monomio, binomio o polinomio, los números en sí, solo son representaciones de un objeto, un conjunto de objetos etc., esto nos da la idea de lo importante que son los polinomios ya que siempre los estamos usando en la vida, aunque no nos demos cuenta.

En algunos casos, un mismo símbolo matemático puede hacer referencia a varios conceptos matemáticos similares o relacionados entre sí, por tanto, tienen una función comunicativa e instrumental diferente según sea el objeto matemático al que se refieren. Esto es particularmente notorio en el contenido de Polinomios, el cual aparece en el programa de matemática de octavo grado de Educación Básica. En este grado, el estudiante comienza a trabajar con los “Polinomios” (Quintero, 1998).

El modelo llamado LA CAJA DE POLINOMIOS es una estrategia de enseñanza basada en la construcción de fichas rectangulares de distintas dimensiones pero de igual área. La caja de polinomios es un rompecabezas que permite aprender el desarrollo operatorio de polinomios de manera recreativa. Representa un instrumento mediador del conocimiento algebraico.

Se fundamenta en tres conceptos: Concepto de sustitución de variables, que permite la construcción de figuras rectangulares de diferentes dimensiones pero con igual área. Concepto de homogeneización, permite representar de manera coherente un polinomio, mediante la anexión de áreas rectangulares. Concepto de plano cartesiano,¹ permite representar polinomios de una o más variables de manera tangible, sin importar que algunos o todos los coeficientes sean enteros negativos.

El matemático Tabit ben Qurra el Harani, siglo X d.C. Matemático se dedicó a la contemplación de las cantidades y quien de manera generosa presenta el concepto de homogeneización, concepto que permite tratar a los polinomios a través del manejo de las áreas de rectángulos, atendiendo a las dimensiones de la base y de la altura.

Por último, el juego extiende su aplicación a polinomios con coeficientes negativos con la utilización del plano cartesiano, cuya creación se concede a Pierre de Fermat y a René Descartes, siglo XVII d.C. El plano cartesiano ideado por estos franceses, conjuga sobre una misma representación la posición de un objeto en el tiempo, logrando describir de manera lógica y evidente una trayectoria.

Sería de mucha ayuda para el profesorado conocer modelos que posean características de juego, ya que “los juegos enseñan a los escolares a dar los primeros pasos en el desarrollo de técnicas intelectuales, potencian el pensamiento lógico, desarrollan hábitos de razonamiento, enseñan a pensar con espíritu crítico...; los juegos, por la actividad mental que generan, son un buen punto de partida para la enseñanza de la matemática, y crean la base para una posterior formalización del pensamiento matemático” (Tabit).

Fundamentos matemáticos que encierra el modelo:

1. La construcción de fichas de igual área, que se utilizan con el principio de sustitución en la Caja de Polinomios, se fundamenta en el teorema 43 de los elementos de Euclides y del que se dispone a continuación su enunciado y demostración.
2. El método de anexión de áreas permite resolver problemas que conducen a ecuaciones lineales y a ecuaciones cuadráticas y es un avance de corte algebraico conocido y desarrollado por los griegos 300 años antes de nuestra era.

De aquí, debe saltarse al siglo X para inspirarse en el criterio de homogeneización de Tabit a fin de consolidar el proyecto que ha culminado en convertir a los polinomios en objetos tangibles siempre que sus coeficientes sean números enteros o también racionales.

3. El trabajo de representar en un solo elemento la posición de un objeto en un tiempo determinado hizo concebir a Renato Descartes. Este plano cartesiano, permite el desarrollo operatorio algebraico con polinomios de coeficientes enteros siendo que en el primer y tercer cuadrantes se disponen los términos con coeficientes positivos y en el segundo y cuarto los de coeficientes negativos. Como todo el juego operatorio, se fundamenta en la construcción de rectángulos alrededor del origen, los ejes coordenados son fundamentales para determinar las dimensiones de los rectángulos que se construyen.
4. La Caja de Polinomios contiene 11 clases de fichas; con ocho de estas clases se puede realizar todo el juego operatorio con polinomios de cuarto grado en una variable; pero en teoría el grado es ilimitado, sólo que la cantidad de clases de fichas aumentaría de forma polinómica, lo que la haría inmanejable.

LA CAJA DE POLINOMIOS se fundamenta en tres conceptos: 1. *Concepto de sustitución de variable*: que tiene su raíz en el Teorema 43 del Libro I de los Elementos de Euclides, el cual permite la construcción de fichas rectangulares de diferentes dimensiones pero con igual área. 2. *Concepto de Homogeneización*: originado en la preocupación de representar de manera coherente un polinomio, como la anexión de áreas rectangulares; problema que discute y soluciona el matemático árabe Tabit ben Qurra el Harani. 3. *Concepto de Plano Cartesiano*: cimentado en las ideas de los franceses Pierre Fermat y René Descartes. La idea de situar un objeto de acuerdo a un sistema coordenado brinda el contexto adecuado para representar polinomios de una o más variables de manera tangible, sin importar que algunos o todos los coeficientes sean enteros negativos.

2. PROCEDIMIENTOS:

Durante el desarrollo de la clase de Investigación en Educación Matemática hemos vivido y aprendido muchas cosas de las cuales nosotros como grupo mencionaremos las siguientes: Nos reunimos con el jefe de área de matemática y el catedrático de la clase de investigación en educación matemática, para conocer sus inquietudes respecto de realizar una investigación de carácter experimental, quienes nos encomendaron realizar una investigación sobre la implementación del modelo de enseñanza de caja de polinomios para saber si es válido aplicarlo en la clase de Álgebra I.

En el primer momento compartimos con los alumnos de la clase de Álgebra I a los cuales se les presentó la propuesta de que con ellos se llevaría a cabo una investigación, la cual consistía en la

implementación de un nuevo modelo de enseñanza de polinomios. Nuestra idea fue identificar el grupo experimental y el grupo control. El primero fue conformado por los alumnos que reprobaron el tema los polinomios, y el segundo, por los que lo aprobaron. Los primeros aceptaron bajo el criterio que participaban en el experimento si se les mejoraban sus calificaciones, a lo que el grupo investigador aceptó.

En el segundo momento cuando estudiamos las teorías de fundamento de nuestra investigación, empezando con la propuesta de el matemático árabe Tabit ben Qurra el Harani nos dimos cuenta que el modelo la caja de polinomios presenta una distinta manera de pensar, pues sabemos que se sale de tradicional y eso confunde al alumno porque él está acostumbrado a ver que el profesor le presenta los ejercicios en la pizarra y nada más.

En el tercer momento se revisó el modelo de la caja de polinomios para elaborar el diseño experimental correspondiente, donde se especificó el proceso que se desarrolló, se hizo y aplicó la pre-prueba y la post-prueba a los estudiantes del grupo experimental y al grupo control, así como la planificación correspondiente.

El cuarto momento fue la parte más interesante porque se puso en práctica el modelo. Inicialmente se aplicó una encuesta a ambos grupos de estudiantes con la idea de reforzar la hipótesis sobre el nivel de matemáticas con que ingresan los estudiantes a la asignatura Álgebra I desarrollada de 7:00 a 8:00 p.m.

El modelo que se propuso se pensó de la siguiente manera: Un grupo experimental (GE): 17 alumnos reprobados en el tema de polinomios. A ellos se les aplicó el modelo de la caja de polinomios. Un grupo control (GC) constituido por el resto de compañeros de la clase Álgebra I. A ambos grupos se les aplicó una pre-prueba y una post-prueba con la intención de establecer sus rendimientos académicos en dos oportunidades y con ello poder probar las hipótesis respectivas.

Resultados:

Estadísticas		Cuantas asignaturas cursa en este periodo.	Cuantas horas practica algebra I.	Pre-prueba GE.	Post-prueba GE.	Pre-prueba GC	Post-prueba GC
N	Datos válidos	32	32	17	17	15	15
	Datos ausentes	0	0	15	15	17	17
Media aritmética		3.22	.75	36.94	78.06	56.20	60.00
Desviación típica		1.128	.718	16.002	18.582	27.387	24.148

Todos los estudiantes de la asignatura de Álgebra I cursan, en promedio, 3 asignaturas por período académico con una variación de una; dedican a penas tres cuartos de hora, en promedio, a estudiar álgebra con una variación de casi tres cuartos de hora. El grupo experimental, en la pre-prueba, obtuvo

una calificación promedio muy baja, pero la superó con el tratamiento, aunque sigue siendo baja. El grupo control mantuvo una tendencia de calificación promedio baja en ambas pruebas.

PRUEBA DE HIPÓTESIS

PRE Y POST PRUEBA DEL GE

Hipótesis de investigación: Los estudiantes del grupo experimental obtuvieron mejores resultados académicos en la post-prueba que en la pre-prueba.

Hipótesis nula: Los estudiantes tuvieron resultados iguales en ambas pruebas.

El cociente de variación muestra que los resultados de la post-prueba del GE es 0.23 y los de la pre-prueba es 0.43. Significa esto que se observa una tendencia favorable en los resultados de la post-prueba. El estadístico utilizado en esta prueba de hipótesis es la t de student porque la muestra es menor que 30 casos.

Datos obtenidos: $t_{calculado} = -10.07$, $t_{teorico} = 2.12$.

Como el valor calculado (-10.07) es mayor que el valor teórico (2.12), entonces, se rechaza la hipótesis nula, y se concluye que, con el 95% de confianza y 16 grados de libertad, los estudiantes del grupo experimental obtuvieron mejores resultados académicos en la post-prueba que en la pre-prueba.

PRE Y POST PRUEBA DEL GC

Hipótesis de investigación:

Existen diferencias estadísticamente significativas entre los resultados académicos de los estudiantes de Álgebra I en la post-prueba y la pre-prueba del Grupo Control.

Hipótesis nula: No existen diferencias estadísticamente significativas entre los resultados académicos de los estudiantes de Álgebra I en la post-prueba y la pre-prueba del Grupo Control.

Según los resultados de la media aritmética y la desviación estándar en cada muestra, existe una tendencia positiva a aceptar que los resultados de la post-prueba son mejores que los de la pre-prueba, porque el cociente de variación da una relación de 0.40 contra 0.49.

Con los datos obtenidos: $t_{calculado} = -0.61$, $t_{teorico} = 2.14$.

Como el valor calculado (-0.61) es menor que el valor teórico (2.14), se acepta la hipótesis nula y se concluye que, con el 95% de confianza y 14 grados de libertad, no existen diferencias estadísticamente significativas entre los resultados académicos de los estudiantes de Álgebra I en la post-prueba y la pre-prueba del Grupo Control.

PRE-PRUEBA DEL GE –PRE-PRUEBA DEL GC

Hipótesis de investigación: Los estudiantes del Grupo Control obtuvieron mejores resultados en la pre-prueba que los del Grupo Experimental.

Hipótesis nula: Los estudiantes de ambos grupos obtuvieron los mismos resultados en la pre-prueba.

La tendencia del coeficiente de variación es que los resultados obtenidos por ambos grupos de estudiantes son mejores los del Grupo Control (0.44) que los del Grupo Experimental (0.68).

Con los datos obtenidos: $t_{calculado} = -2.24$, $t_{teorico} = 2.14$, se observa que el valor calculado (-2.24) es mayor que el valor teórico (2.14), por tanto, se rechaza la hipótesis nula, y se concluye que, con el 95% de confianza y 16 grados de libertad, los estudiantes del Grupo Control obtuvieron mejores resultados en la pre-prueba que los del Grupo Experimental.

POST-PRUEBA DEL GE – POST-PRUEBA DEL GC

Hipótesis de investigación: Los resultados de la post-prueba del GE son mejores que los de la post-prueba del GC.

Hipótesis nula: No existen diferencias entre los resultados de la post-prueba del GE y los de la post-prueba del GC.

Según los resultados del coeficiente de variación se observa como tendencia que están mejor los resultados en la post-prueba del GC que la del GE. ($0.035 < 0.26$).

Datos obtenidos: $t_{calculado} = 1.93$, $t_{teorico} = 2.14$.

Como el valor calculado (1.93) es menor que el valor teórico (2.14) se acepta la hipótesis nula y se concluye que, con el 95% de confianza y 14 grados de libertad, no existen diferencias entre los resultados de la post-prueba del GE y los de la post-prueba del GC.

Con las evidencias de los datos anteriores se puede afirmar que el rendimiento académico de los estudiantes del grupo experimental mejoró, porque aún con los problemas observados, estos estudiantes lograron alcanzar el nivel de los del grupo control.

3. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Como queda expresado, los polinomios ayudan en el desarrollo del pensamiento matemático que aporta, por un lado, la aprehensión de los objetos matemáticos mediante una comprensión conceptual y, por otro, entender que las representaciones en el plano cartesiano mejoran el desarrollo operatorio algebraico. Los resultados obtenidos por los estudiantes del Grupo Experimental confirman la idea de que cuando se enseña matemáticas y se asocia a una fuente lúdica es posible mejorar rendimientos académicos, pues la información emergida posibilita establecer la condición. Los alumnos de Álgebra I mejoraron su rendimiento académico, a pesar de las dificultades de aplicación que hicimos del modelo de la caja de polinomios.

4. CONCLUSIONES:

Los resultados nos mostraron una tendencia importante respecto de los objetivos de la investigación, en el siguiente sentido: El modelo de caja de polinomios ayuda a una mejor comprensión de la lógica en la resolución de problemas con polinomios en desmedro de las prácticas en la enseñanza actual de las matemáticas. Se asume, en consecuencia, que un poco de esfuerzo del docente por aplicar las teorías matemáticas y didácticas representa la diferencia en el aprendizaje de los procesos, modelos, estrategias. En un modelo como éste, las reglas están dadas y sólo hay que seguirlas para asegurar mejores resultados en el aprendizaje de las matemáticas.

5. BIBLIOGRAFÍA

GOMEZ, Joan (2002). *De la enseñanza al aprendizaje de las matemáticas*. Argentina: Editorial Paidós.
<http://www.wikipedia.com/>

<http://www.saber.ula.ve/db/ssaber/Edocs/pubelectronicas/equisangulo/num1vol1/>

<http://es.wikipedia.org/wiki/>