VALIDEZ DE LAS ESTRATEGIAS DE RESOLUCION DE ECUACIONES CUADRATICAS

Manolo Zshocher Norales, Norman Randolfo Chinchilla Victor Manuel Carbajal.

Profesor-Asesor: M. Sc. Pastor Umanzor

INTRODUCCIÓN

Un tema fundamental en la enseñanza del algebra es la solución de ecuaciones cuadráticas mediante diferentes algoritmos de resolución; dicho tema tiene aplicación directa en muchos campos de la ciencia por ejemplo en la geometría (para encontrar áreas de rectángulos y longitud de los lados de un triangulo rectángulo), problemas relacionados con la física, las finanzas, la economía y otros.

Por la trascendencia de este tema, nos hemos propuesto llevar a cabo una investigación orientada al rendimiento académico en relación con ciertos factores que lo determinan, en especial, los métodos de resolución de ecuaciones cuadráticas con estudiantes de álgebra del CURSPS-UPNFM.

La actividad que generó información para establecer una aproximación a los problemas fue la experiencia de algunos profesores de la universidad sobre la enseñanza de este campo de las matemáticas y en particular la resolución de ecuaciones cuadráticas, desde la perspectiva de las teorías de resolución de problemas (Polya), transposición didáctica (Chevallard), y teoría cognitiva (Pozo).

Con el apoyo de estadísticos descriptivos e inferenciales se pudo establecer que el rendimiento académico está asociado con los métodos heurísticos en la solución de ecuaciones cuadráticas.

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA

En la resolución de las ecuaciones cuadráticas que realizan los estudiantes de la asignatura Algebra I se presentan algunas confusiones con las estrategias de resolución que se deben utilizar, pues la formación matemática recibida en educación media se limita a procesos poco definidos.

En la resolución de las ecuaciones, el alumno la desarrolla sin saber si la forma o estrategia de resolución que usó es la adecuada para dicha ecuación. En las prácticas de los estudiantes para resolver una ecuación cuadrática no relacionan que al encontrar los valores de la variable que satisfacen la igualdad de la ecuación, son los puntos en el eje x por donde pasa la gráfica de la función cuadrática (los interceptos del eje), ya que el alumno tiene una idea muy diferente en cuanto a una ecuación y su relación con la gráfica; no conoce la relación estrecha entre ellos. También, al momento de utilizar la factorización, ellos se limitan a utilizar el tanteo (cuando el coeficiente principal es 1 o cuando es mayor que 1), el ensayo y error, o que al factorizar bien, no sabe el porqué igualar a cero cada binomio y la dificultad al despeje de la variable. También, en la otra forma de resolución de las ecuaciones, la completación del cuadrado, aquí el alumno tiende a confundirse, pues no identifica los coeficientes de los términos de la ecuación, como el significado de sumar a ambos lados el mismo término para mantener la igualdad de la ecuación, y no poder desarrollar correctamente el mecanismo de la estrategia de resolución, en función de los productos y el despeje de la variable.

En cuanto a otra forma de resolución, que es la utilización de la formula cuadrática, para la obtención de los valores de la variable, el alumno solo hace la sustitución de los valores de los coeficientes de los términos de la ecuación, en la fórmula, la desarrolla y encuentra los valores de la variable. Pero el alumno no conoce el ¿por qué debe utilizar esa fórmula cuadrática?, y ¿de dónde se obtiene esa fórmula? Y sobre todo no sabe de la importancia que juega el discriminante en dicha fórmula, ya que de éste dependen los resultados de la ecuación, y conocer el porqué de estos valores en la gráfica de la función, ya que el alumno presenta la dificultad de relacionar la gráfica con el desarrollo de la ecuación. Además no conoce la aplicabilidad de la ecuación cuadrática en los problemas de la vida real, sólo realiza mecánicamente la operación. En razón de esas preocupaciones, nos preguntamos:

PREGUNTA PROBLEMA

¿Qué método de resolución de ecuaciones cuadráticas favorece al rendimiento académico?

OBJETIVO GENERAL

Conocer el método de resolución de ecuaciones cuadráticas que favorece el rendimiento académico de los estudiantes de Álgebra I en las secciones "M" y "B" del centro universitario regional, durante el segundo período del 2008.

OBJETIVOS ESPECIFICOS

1. Identificar el rendimiento académico obtenido por los alumnos de algebra I en el tema de resolución de ecuaciones cuadráticas.

2. Identificar los errores en la resolución de las ecuaciones cuadráticas que tienen los estudiantes y su incidencia en su rendimiento académico.

3. Analizar el rendimiento académico, en la resolución de las ecuaciones cuadráticas, según la relación laboral de los estudiantes.

4. Fortalecer la comprensión de la resolución de las ecuaciones cuadráticas.

5. Valorar el método que utilizan los estudiantes de ambas secciones de Algebra I en la resolución de ecuaciones cuadráticas que mejora su rendimiento académico.

MARCO TEÓRICO

Las ecuaciones cuadráticas tienen aplicación en la resolución de problemas que se dan en algunos campos de la ciencia y en la realidad. Estas ecuaciones se han venido desarrollando desde los tiempos antiguos, como una herramienta para resolver distintos problemas de la vida cotidiana, relacionados con áreas, crecimiento poblacional, entre otros. Para la definición del término de las ecuaciones cuadráticas, tenemos que conocer el significado o el origen de las dos palabras, ecuación y cuadráticas. "Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas, cada una de las expresiones comparadas por la igualdad se denominan miembros de la ecuación" (Enciclopedia Wikipedia). En cuanto a la palabra cuadrática "proviene del vocablo francés cuadrate (es decir que en el marco de un rectángulo se procesa el desarrollo de una ecuación cuadrática), que significa raíz o rectángulo" (Leithold, 1999, pág., 74).

Las ecuaciones cuadráticas se definen como: "Un tipo de ecuación particular con una variable o incógnita elevada al cuadrado, es decir, es de segundo grado, tiene dos soluciones reales o imaginarias, reales en tanto que el discriminante es mayor o igual que cero e imaginarias cuando el discriminante es menor que cero" (Leithold, 1999, pág., 74).

Es decir que una ecuación cuadrática tiene la forma $ax^2+bx+c=0$ donde a,b y c son números reales constantes y a es un número diferente de cero. De aquí surgen sus diferentes aplicaciones en muchos campos de importancia, como: las matemáticas, la física, la química, entre otros. Es por ello que el tema de la resolución de las ecuaciones cuadráticas, es fundamental en la formación integral de los alumnos, donde se pretende familiarizar al alumno con el aprendizaje sobre el uso de las ecuaciones cuadráticas para la resolución de rectángulos, triángulos y problemas relacionados con la vida real, para ello es imprescindible conocer las definiciones y los algoritmos para la resolución, estos algoritmos están dirigidos a encontrar los valores de la variable que satisfacen la igualdad, estos son: la factorización, la raíz cuadrada, completación del cuadrado y la fórmula cuadrática.

La factorización es considerada como una de las herramientas más importantes del álgebra, por tal razón es una de los algoritmos más utilizados para la resolución de ecuaciones cuadráticas.

Según la Enciclopedia Wikipedia "la factorización es la descomposición de un objeto (por ejemplo, un número, una matriz o un polinomio) en el producto de otros objetos más pequeños (factores), que, al multiplicarlos todos, resulta el objeto original." Además "Si los coeficientes a, b y c de la ecuación cuadrática $ax^2+bx+c=0$ son tales que la expresión $ax^2+bx+c=0$ puede escribirse como el producto de dos factores de primer grado con coeficientes enteros, entonces dicha ecuación cuadrática podrá resolverse rápida y fácilmente, basándose en la siguiente propiedad de los números reales: Si a y b son números reales, entonces: a*b = 0 si y solo si a = 0 o b = 0 (o ambos valen cero)" (Gonzales, 2005, pág., 2).

En esta estrategia, para la resolución de la ecuación, se puede aplicar cualquiera de los casos de factorización los cuales son: Factor común, Factor común por agrupación de términos, Trinomio cuadrado perfecto, Diferencia de cuadrados, Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$, Trinomios de la forma ax^2+bx+c; $a\neq 1$.

Otra de las estrategias o algoritmos de resolución es la Raíz cuadrada, para poder resolver la ecuación es importante recordar que la raíz cuadrada tiene como dominio el conjunto de los números complejos, dado que la raíz cuadrada de un número negativo es un número complejo, por tanto este algoritmo nos arroja dos soluciones reales o imaginarias. "Este algoritmo requiere el uso de la propiedad que dice: Para cualquier número real k, la ecuación $x^2 = k$ es equivalente a: $x = \pm\sqrt{k}$."(Utrera. 2006, pág. 2).

Esta estrategia de resolución no se aplica para resolver todas las ecuaciones cuadráticas, sólo para aquellas que son un binomio, es decir de la forma $ax^2 + c = 0$, de aquí despejamos la variable y encontramos que $x = \pm\sqrt{\frac{c}{a}}$ donde obtenemos una solución negativa y una positiva.

Otra de los algoritmos de resolución es la Completación del cuadrado, este algoritmo consiste en encontrar el valor del tercer término del polinomio, para luego encontrar las soluciones de la ecuación, "completar el cuadrado conlleva hallar el tercer término de un trinomio cuadrado perfecto cuando conocemos los primeros dos. Es decir, trinomios de la forma $x^2 + bx + ?$ Para hallar el último término del trinomio cuadrado perfecto (con $a = 1$), es aplicar un pequeño mecanismo, que consiste en el cuadrado de la mitad del coeficiente del segundo término, esto es, el trinomio cuadrado perfecto cuyos dos primeros términos son: $x^2 + bx$ Resultando así: $x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2$ Al completar el cuadrado queremos una ecuación equivalente que tenga un trinomio cuadrado perfecto a un lado. Para obtener la ecuación equivalente el número que completa el cuadrado debe sumarse a ambos lados de la ecuación" (Utrera, 2006, pág. 2).

Otro algoritmo y el más usado en la resolución de las ecuaciones cuadráticas es la Fórmula General Cuadrática. Este algoritmo de resolución se deduce de la forma estándar o general de escribir la ecuación cuadrática y de completación de cuadrado. El procedimiento consiste en realizar modificaciones algebraicas en la ecuación general de segundo grado: hasta que la x quede despejada. Según (Utrera, 2006, pág. 3)

"La solución de una ecuación $ax^2 + bx + c$ con a diferente de cero está dada por la fórmula cuadrática:"

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

La cual genera dos respuestas, debido al signo (más menos) que precede la raíz. Este procedimiento se limita entonces, a identificar los coeficientes en la ecuación y sustituir sus valores en la fórmula cuadrática. Es importante mencionar que del radicando, llamado discriminante, depende el conjunto al que pertenecen las soluciones de la ecuación: Si el discriminante es positivo, entonces la raíz cuadrada es un número real y se generan dos raíces reales distintas. Si el discriminante es cero, la raíz es cero, y ambas raíces resultan el mismo número o sea que solo tiene una respuesta. Si el discriminante es negativo, la raíz cuadrada es imaginaria, produciéndose dos raíces imaginarias o complejas.

Representación Gráfica. La representación grafica de las soluciones de una ecuación consiste en visualizar las mismas en el plano cartesiano. "Una gráfica es la representación de datos, generalmente numéricos, mediante líneas, superficies o símbolos, para ver la relación que esos datos guardan entre sí. También puede ser un conjunto de puntos, que se plasman en coordenadas cartesianas, y sirven para analizar el comportamiento de un proceso, o un conjunto de elementos o signos que permiten la interpretación de un fenómeno" (Enciclopedia Wikipedia). Para representar gráficamente ecuaciones cuadráticas utilizando ambos ejes como referencia, introducimos el concepto de función para lo cual son necesarias una variable independiente, x y una variable dependiente y y la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ se reescribe como $y = ax^2 + bx + c$.

Las coordenadas de los puntos del gráfico de la ecuación se designan **(x,y)**. Se hace una tabla de los valores para obtener y que corresponden a los valores asignados a x y procedemos a marcar los puntos en el plano cartesiano, luego unimos los puntos con una curva suave hasta obtener la grafica de la ecuación, los valores en que la grafica corta ó intercepta el eje x representan la solución de la misma. Si la grafica no intercepta el eje x entonces las soluciones son complejas o imaginarias.

La enseñanza de las ecuaciones se puede fundamentar en teorías matemáticas, psicológicas como didácticas, para logar un mejor proceso educativo. De las teorías matemáticas, para la enseñanza de las mismas, podemos tomar la teoría de resolución de problemas de Polya. Que consta de cuatro pasos esenciales para desarrollar un problema.

Teoría de resolución de problemas de Polya.

Esta teoría está enfocada a la solución de problemas matemáticos y sociales. En matemáticas esta teoría consiste en reconocer los problemas, saber plantearlo y desarrollarlo. El primer paso consiste en reconocer que incógnitas se encuentran en el problema, o variables; la situación es identificar todo lo relacionado con el problema. Una vez identificado todo en el problema, el siguiente paso consiste en crear un plan para su solución, luego desarrollar este plan trazado y una vez terminado, ver los errores cometidos para en una nueva aplicación en un nuevo problema.

Nos parece importante señalar alguna distinción entre ejercicio y problema. Para resolver un ejercicio, uno aplica un procedimiento rutinario (práctica repetitiva de un procedimiento previamente enseñado) que lo lleva a la respuesta. Para resolver un problema, uno hace una pausa, reflexiona y hasta puede ser que ejecute pasos originales que no había ensayado antes para dar la respuesta.

Esta característica de dar una especie de paso creativo en la solución, no importa que tan pequeño sea, es lo que distingue un problema de un ejercicio, esto depende en gran medida del estado mental de la persona que se enfrenta a ofrecer una solución. Hacer ejercicios es muy valioso en el aprendizaje de las matemáticas: Nos ayuda a aprender conceptos, propiedades y procedimientos, entre otras cosas, los cuales podremos aplicar cuando nos enfrentemos a la tarea de resolver problemas.

Según la revista Winmates, opciones y contexto "La más grande contribución de Polya en la enseñanza de las matemáticas es su Método de Cuatro Pasos para resolver problemas. Polya, en su enseñanza, enfatizaba en el proceso de descubrimiento aún más que simplemente desarrollar ejercicios apropiados. Para involucrar a sus estudiantes en la solución de problemas, generalizó su método en los siguientes cuatro pasos: Entender el problema. Configurar un plan. Ejecutar el plan. Mirar hacia atrás, entendido como la valoración de los resultados.

Para resolver una ecuación cuadrática se deben seguir estos pasos, así:

1. Entender el problema: En el desarrollo de la clase se ayuda al alumno a identificar las componentes de la ecuación (términos, signos, variables o incógnitas) y a conocer los diferentes algoritmos de resolución de las ecuaciones cuadráticas con su respectiva gráfica.
2. Trazar un plan: Aquí se le indica al alumno como escoger la estrategia o algoritmo de resolución de la ecuación cuadrática.
3. Aplicación o Ejecución del plan: en este paso se le muestra al alumno el desarrollo procedimental de la ecuación cuadrática por medio de los algoritmos con el apoyo respectivo de la gráfica para que luego él lo aplique.
4. Comprobación o ver hacia atrás: Aquí se verifica si el alumno comprende el plan para la resolución de ecuaciones cuadráticas aplicado y comprobar si puede desarrollar el procedimiento eficazmente o sea si ha obtenido un aprendizaje significativo.

Esta teoría, constructivista, es de importancia a los docentes en la enseñanza de las matemáticas para lograr mejores rendimientos académicos en los estudiantes, para crear aprendizajes significativos y cambiar métodos y estrategias en el proceso de enseñanza- aprendizaje. Aquí el alumno construye su conocimiento, el docente es un facilitador de los contenidos y el aprendizaje. Pero en cuanto a las teorías psicológicas, nos podemos auxiliar de la teoría Cognitiva para el mejoramiento de la enseñanza.

Teorías Cognitivas.

Esta teoría del aprendizaje requiere de la participación activa del estudiante en la construcción de su aprendizaje, ya que este proceso está medido por etapas de pensamiento de comprensión y significado, por lo cual, la actividad de los alumnos es base fundamental para su aprendizaje, mientras que la participación de los docentes es aportar las ayudas necesarias, ser un facilitador, un orientador del contenido y el aprendizaje de los alumnos, estableciendo los contenidos a desarrollar, observar y construir conocimientos.

"En esos esquemas se articula la información (aportada por el docente, los textos, los materiales y los alumnos), con las acciones cognitivas de los sujetos. Se toma también el concepto de interacción socio-cognitiva: la cognición humana óptima se lleve a cabo con la colaboración de otras personas y de objetos físicos y simbólicos que potencian la capacidad individual. Así los procesos grupales de construcción de conocimientos constituyen en medios altamente eficaz para el logro de un aprendizaje significativo, aunque en ellos se hace necesaria una intervención del docente muy cuidadosa, optimizando las actividades, facilitando los intercambios cognitivos, supervisando, recuperando oportunidades de lo producido en cada grupo y logrando la reorganización final de los conocimientos" (Genicio y Lazarte, 2005, pág. 95).

Para el estudio de las ecuaciones cuadráticas conviene hacer un acercamiento a las teorías de la resolución de problemas y las cognitivas porque facilitan procesos altamente rigurosos enlazados en otra teoría que procura que los estudiantes aprendan a enseñar: la transposición didáctica.

La Transposición Didáctica.

Esta teoría didáctica consiste en enseñar los contenidos de la mejor forma posible para que el alumno pueda obtener aprendizajes significativos. Caldeiro (2005, pag.2) citando a Chevallard (2000), "se llama transposición didáctica al proceso por el que un saber sabio o saber científico se convierte en un saber posible de ser enseñado. La educación formal es un proceso en el cual ciertos contenidos a enseñar son transformados en contenidos de la enseñanza. Para ello, el docente entra como autoridad transmisora y reproductora de los contenidos curriculares, y en su tarea se gestan resultados nuevos, que nunca son exactamente equivalentes a los contenidos dispuestos con anterioridad".

Es decir que la transposición didáctica es el proceso por el cual los contenidos son transformados en contenidos enseñables, enseñar los temas de la mejor forma que el alumno los pueda aprender, además utilizar todos los recursos necesarios para enseñar los contenidos.

En la idea de enseñar contenidos, el docente juega un papel de facilitador, un guía entre los conocimientos y el aprendizaje de los alumnos, porque "el profesorado debe tener en cuanta dos aspectos importante: En primer lugar debe intentar descubrir en qué estado de conocimiento matemático se hayan sus alumnos antes de enseñarles nuevas ideas o prepararlos para recibir o interaccionar con el nuevo conocimiento. En segundo lugar como consecuencia de lo mencionado anteriormente, el profesorado debe escoger tareas matemáticas que estén situadas en contextos que permitan a los alumnos utilizar sus esquemas y conocimientos previos de manera significativa" (Bishop, 1998, pág. 46).

El docente como un enlace entre los contenidos y el aprendizaje de los alumnos, debe saber manejar las mejores estrategias para enseñar sus contenidos, para que sus alumnos tengan mejores aprendizajes.

Estas teorías (la resolución de problemas de Polya, la cognitivas y la transposición didáctica) ayudan a reforzar los conocimientos, técnicas y métodos para la resolución de los problemas (las ecuaciones cuadráticas), generando así un rendimiento significativo, desarrollar, en el alumno esquemas mentales y obtener mejor comprensión de los contenidos.

La aplicación que tienen las ecuaciones cuadráticas en la realidad, es muy importante, porque podemos plantear problemas relacionados con casos reales y poder desarrollarlos, una vez dominando los algoritmos de resolución, y encontrar solución al problema.

METODOLOGIA

La investigación surgió como una propuesta de área, debido a las experiencias que los docentes que han servido la clase han observado, sistemáticamente, bajos rendimientos en los estudiantes. Los acuerdos tomados ayudaron a perfilar la investigación en el campo que aquí se presenta. En esta consideración, identificamos la variable central que es "el rendimiento académico" así como la orientación de la investigación al trabajar con dos grupos, uno experimental y otro control.

En ambos grupos se aplicará una encuesta para establecer factores que ayuden a caracterizar las condiciones de estudio de los estudiantes en álgebra. En los dos grupos se enseñará la resolución de ecuaciones cuadráticas con distintos métodos de resolución, dejando para el grupo experimental el uso exclusivo de las gráficas como un algoritmo más. Se desarrolló un proceso ya definido por Polya con la teoría resolución de ecuaciones cuadráticas. En ambos grupos se aplicará un pre-test y un post-test. En el grupo control se desarrollará el tema de manera formal de resolución de cada algoritmo implicado en las ecuaciones cuadráticas, mientras que en el grupo experimental se agregará el algoritmo de las gráficas en la resolución de las ecuaciones. Para el grupo experimental se aplicará un tratamiento relacionado con la teoría de resolución de problemas de Polya.

Al finalizar la unidad de las ecuaciones cuadráticas se conocerá el rendimiento académico obtenido por los alumnos de cada sección y se establecerán las diferencias en los métodos aplicados en función de los pre-tests y post-tests en ambas secciones, para relevar sus diferencias en el aprendizaje, en especial el del grupo experimental.

RESULTADOS

Los resultados obtenidos con la encuesta aplicada en las dos secciones de Algebra I reflejan que:

Variables Cualitativas:

De manera general, considerando las dos secciones, son 45 estudiantes; 15 en la sección M y 30 en la sección B. De ellos, el 44 % son varones y el 56% mujeres. El 44% de los estudiantes trabaja y el 56% no. De los que trabajan, el 50% lo hace en educación y el otro 50% lo hace en otras empresas. De todos los estudiantes, el 62% dedica su tiempo libre a estudiar, el 15% a leer y el 23% no hace nada.

Durante el desarrollo de la clase un 53% de los alumnos participa, mientras que un 47% no. De los estudiantes que participan en clase, el 24% pregunta al docente, el 29% dice cosas y un 47% no aporta nada. Los errores comunes de los estudiantes para resolver ecuaciones cuadráticas son: el 40% tienen dificultades para factorizar, el 36% no puede despejar y el 24% tiene problemas en el manejo de los signos.

Variables Cuantitativas:

Según los datos obtenidos, la edad media de los estudiantes es de 22 años con una variabilidad de 4 años. El 25% de los estudiantes está bajo 19 años; el 50% por debajo de 21 años y el 75% por debajo de 23 años. Las horas promedio que los estudiantes estudian es 1.56 horas con una variación de 0.76 horas, el 50% está por debajo de una hora y el 75% por debajo de dos horas. Reciben 3 horas de clase como promedio con una variación de 1.67 horas, donde el 25% recibió menos de una hora, el 50% menos de 3 horas y el 75% menos de 5 horas. Han cursado un promedio de 10 asignaturas con una variación de 6.5 asignaturas; el 25% ha cursado menos de 5 asignaturas, el 50% menos de 8, y el 75% menos de 15 asignaturas.

Los estudiantes han matriculado en este período como promedio 4 asignaturas con una variación de 1 asignatura; el 25% matriculó menos de 3, el 50% menos de 4, y el 75% menos de 5 asignaturas. De los

45 estudiantes que trabajan, 20 lo hacen durante un promedio de 7 horas con una variación de 2 horas; el 25% trabaja menos de 5 horas, el 50% menos de 6.5 horas, y el 75% menos de 8 horas.

Las calificaciones promedio obtenidas por el grupo experimental en el pre-test fue de 15% con una variación de 12%; el 25% obtuvo menos de 4% y el 75% restante menos de 20%. En el post-test ese promedio llegó a 55% con una variación de 18%; el 25% obtuvo menos de 44%, el 50% menos de 54%, y el 75% menos de 68%. Mientras que el grupo control obtuvo una calificación promedio de 6% en el pre-test con una variación de 4%; el 75% obtuvo menos de 4% (considerando que el 80% del grupo obtuvo 4%). Luego, en el post-test el promedio de calificaciones fue de 33% con una variación de 22%; y el 25% menos de 16%, el 50% menos de 28% y el 75% menos de 50%. En ambos grupos, la calificación promedio en el post-test fue de 40% con una variación de 23%; el 25% obtuvo menos de 20%, el 50% menos de 40%, y el 75% menos de 58%.

PRUEBA DE HIPÓTESIS

Hipótesis 1

(Hi). El rendimiento académico de los estudiantes de ambos grupos es bajo.

(Hn). El rendimiento académico de los estudiantes de ambos grupos es alto.

El estadístico a utilizar la Distribución Z porque se quieren comparar los resultados de ambos grupos; se observa que con p=0.05 de significación previsto, se obtuvo una covariación de (r=-0.46) negativa moderada y un nivel de significación p=0.000, lo que significa que la hipótesis nula se rechaza y se concluye que el rendimiento académico obtenido por todos los estudiantes es bajo.

Hipótesis 2

(Hi). Los errores de los estudiantes en la resolución de las ecuaciones cuadráticas inciden en su rendimiento académico.

(Hn). Los errores de los estudiantes en la resolución de las ecuaciones cuadráticas no inciden en su rendimiento académico.

Esta prueba se calculó con la distribución Análisis de Varianza (ANOVA), pues es la que se ajusta para hacer la comparación entre los errores comunes de ambos grupos y sus calificaciones. Al 5% de significación previsto y con 2 y 42 grados de libertad se obtuvo un 64% de significación, indicando que se acepta la hipótesis nula y se concluye que los datos no son suficientes para afirmar que los errores cometidos por los estudiantes incidan en el establecimiento en su rendimiento académico.

Hipótesis 3

(Hi). La relación laboral de los estudiantes afecta su rendimiento académico.

(Hn). No es cierto que la relación laboral de los estudiantes afecte su rendimiento académico.

El estadístico a utilizar la Distribución Z al p=0.05 de significación previsto, se obtuvo una covariación de 0.72 de los que trabajan que es mayor que la de los que no trabajan (0.46), en consecuencia, rinden mejor los que no trabajan; en los cálculos de la prueba se obtuvo un nivel de significación p=0.02, lo que significa que la hipótesis nula se rechaza y se concluye que la relación laboral de los estudiantes afecta su rendimiento académico.

Hipótesis 4.

Los estudiantes del grupo experimental tienen mejor rendimiento académico que los del grupo control.

Hipótesis 4.1

(Hi). Los estudiantes del grupo experimental observan mejor rendimiento académico en el post test que en el pre test.

(Hn). Los estudiantes del grupo experimental observan igual rendimiento académico en el post test que en el pre test.

Para probar esta hipótesis se utilizó el estadístico t de Student para una muestra medida dos veces, menor o igual que 30 (método antes-después). En principio, las calificaciones del post-test refieren la condición de mejoría apuntada en la hipótesis de investigación porque el coeficiente variación es 0.33 que es menor que las calificaciones del pre-test (0.79). Esta tendencia se observa en la aplicación de la prueba, pues con un nivel de significación de 0.05 y con 14 grados de libertad, el nivel de significación obtenido es menor (0.0), por tanto se rechaza la hipótesis nula y se concluye que los estudiantes obtuvieron mejor rendimiento académico en el post-test.

Hipótesis 4.2

(Hi). Los estudiantes del grupo control observan mejor rendimiento académico en el post test que en el pre test.

(Hn). Los estudiantes del grupo control observan igual rendimiento académico en el post test que en el pre test.

De manera similar se estudiaron los resultados de los estudiantes del grupo control, con una muestra de 30 se observa una mejoría en las variaciones del post-test (0.67) contra (0.74) del pre-test; con un p=0.05 de significación y 29 grados de libertad, el nivel de significación resultante fue p=0.00, lo que indica que se rechaza la hipótesis nula y se concluye que los estudiantes obtuvieron mejores calificaciones en el post-test.

Hipótesis 4.3

(Hi). Los estudiantes del grupo experimental obtuvieron mejor rendimiento académico en el pre test que los del grupo control.

(Hn). Los estudiantes del grupo experimental obtuvieron igual rendimiento académico en el pre test que los del grupo control

La prueba a utilizar es la t de Student con muestras de diferente tamaño. Los coeficientes de variación sugieren que los estudiantes del grupo control obtuvieron mejores promedios en el pre-test que los del grupo experimental (0.74 contra 0.79). En los cálculos de la prueba, con un nivel del 5% de significación y 43 grados de libertad se obtuvo un valor crítico de 1.72 que es menor que el valor calculado 3.88. Por tanto, se rechaza la hipótesis nula y se concluye que los estudiantes del grupo experimental obtuvieron un mejor rendimiento académico en el pre-test que los del grupo control.

Hipótesis 4.4

(Hi). Los estudiantes del grupo experimental obtuvieron mejor rendimiento académico en el post test que los del grupo control.

(Hn). Los estudiantes del grupo experimental obtuvieron igual rendimiento académico en el post test que los del grupo control.

De manera similar se trabajó con esta hipótesis, sólo que la covariación entre las muestras sugiere que están ligeramente mejor los resultados del grupo control que los del grupo experimental. Al calcular el estadístico se observa que con un nivel de significación del 5% y 43 grados de libertad, el valor crítico es 1.72, que es menor que el valor calculado (3.345). Esto indica que se rechaza la hipótesis nula y se concluye que los estudiantes del grupo experimental obtuvieron mejor rendimiento académico en el post test que los del grupo control.

En general, el rendimiento académico de los estudiantes del grupo experimental mejoró con el tratamiento brindado, es decir, que la aplicación de la teoría de resolución de problemas ayudó en ese propósito.

Hipótesis 5

(Hi) Los estudiantes de ambos grupos presentan serios problemas en factorización, despeje de las variables y error en el uso de los signos, en la resolución de las ecuaciones cuadráticas.

(Hn) No es cierto que los estudiantes de ambos grupos presenten serios problemas en factorización, despeje de las variables y error en el uso de los signos, en la resolución de las ecuaciones cuadráticas.

Utilizando la chi-cuadrada como estadístico, ambos grupos presentan serios problemas en la resolución de ecuaciones cuadráticas; los errores más comunes se visualizan: en la factorización, en el despeje de variables y en el uso de los signos. Los datos indican que con el 5% de significación previsto y con 2 grados de libertad, se obtuvo uno del 47%; lo que significa que se acepta la hipótesis nula y se concluye que los estudiantes de ambos grupos padecen de los mismos defectos en la resolución de ecuaciones cuadráticas.

CONCLUSIONES

El rendimiento académico que presentan los estudiantes de álgebra I, es bajo, en cuanto a la resolución de problemas, este rendimiento académico fue medido por las calificaciones obtenidas en la aplicación del pre test y post test. En el desarrollo del pre-test, considerando las habilidades previas, indican que los resultados son bajos en ambas secciones, esto significa que la formación que tienen los estudiantes para cursar la clase y el tema de las ecuaciones cuadráticas, es bajo y el nivel de dificultad de los ejercicios en el pre test es mínimo. Por tal razón los estudiantes presentan debilidades al tratar de leer un ejercicio, plantearlo y desarrollarlo. En cuanto al pos test los resultados mejoraron considerablemente, obteniendo un mejor rendimiento académico en ambas secciones. Lo que indica que la aplicación y desarrollo, en la clase, con la teoría del método de resolución de problemas de Polya, y con relación a la teoría cognitiva y la transposición didáctica, demostró que los alumnos lograron desarrollar correctamente los ejercicios planteados y obtener mejores resultados.

Los errores que comenten los estudiantes al momento de desarrollar un ejercicio, inciden en el rendimiento académico, ya que éste es medido por las calificaciones obtenidas en el desarrollo del ejercicio. Además al no corregir los errores los alumnos desarrollarán los siguientes ejercicios de forma incorrecta lo que afectará el rendimiento en los siguientes contenidos. Tomando en cuenta el desarrollo del pre test y post test del grupo experimental y de control, los alumnos presentan serias dificultades al plantear y desarrollar los ejercicios, algunos problemas son: Factorización, en la cual los alumnos presentan dificultades para encontrar los factores del primer y último término del trinomio y que combinados en el producto y luego sumados den el coeficiente del término medio también desconocen el concepto del M.C.D que les permite determinar el factor común en un polinomio; despeje de variables y problemas de relaciones de signos. Además se presenta que los estudiantes no dominan los algoritmos de resolución de las ecuaciones cuadráticas, es decir que tienen mala base en el aprendizaje de las matemáticas en los temas anteriores de la asignatura, lo que influye en el rendimiento académico en la resolución de las ecuaciones cuadráticas. Los errores al no ser corregidos, se manejan como procedimientos correctos y el alumno, se acostumbra a realizarlo así, entones al desarrollar otros ejercicios lo harán de forma incorrecta.

El factor trabajo es uno de los mayores limitantes para obtener un mayor rendimiento académico, porque al trabajar los estudiantes, no cuentan con el tiempo necesario para dedicarlo al estudio de la asignatura y el poco tiempo que dedican es la hora clase, donde a veces no se cubre todo el contenido a desarrollar, lo que trae como consecuencia, tener pocos conocimientos sobre los contenidos desarrollados, por ende un bajo rendimiento académico.

En general tanto el grupo experimental y el grupo control, presentan algunas diferencias ,en el grupo experimental los alumnos tienen una edad promedio de 21 años y ninguno trabaja en tanto los alumnos del grupo control, la mayoría trabaja y la edad promedio es de 22 años e incluso con el tiempo libre que tienen los alumnos del grupo experimental, en el pre test los alumnos del grupo de control tienen mejor rendimiento académico, en tanto en el post los resultados parecieran ser mejores que los del grupo de control y al aplicar la prueba se llega a la conclusión que los resultados son mejores, en el post test, los del grupo experimental y con las ventajas a favor del grupo experimental. También la cantidad de alumnos en el grupo de control era el doble que la cantidad de alumnos en el grupo experimental.

El método que favorece para obtener mayor rendimiento académico en el tema de la resolución de las ecuaciones cuadráticas, es el de desarrollar ejercicios, con cualquiera de los algoritmos de resolución de ecuaciones apoyados de la gráfica de la misma, esto contribuye a que los estudiantes tengan un mayor grado de comprensión en la relación de las ecuaciones cuadrática con su grafica, es decir que relacionen el conjunto solución de la ecuación con los puntos o interceptos del eje x por donde pasa la grafica de la ecuación. Esto permite que al abordar el tema de grafica de funciones, el alumno ya sabrá el porqué utilizar la resolución de una ecuación cuadrática para representar gráficamente dicha función y de esta manera se sentirá familiarizado con dicho tema y podrá obtener aprendizajes significativos.

BIBLIOGRAFIA

Bishop, Alan (1998). Matemáticas y educación, retos y cambios desde una perspectiva internacional, Barcelona España. Primera edición, editorial GRAO de Irif.

Barragán, J. M, Molina, A, Fernández J. M. funciones cuadráticas http://www.juntadeandalucia.es/averroes/iesarroyo/matematicas/materiales/4eso/funciones/teoriafuncioncuadratica/teoriafunciones.htm.

González Sánchez Salvador UMSNH (2005) Clasificación y solución de ecuaciones de segundo grado con una incógnita
http://www.epler.umich.mx/salvadorgs/matematicas1/contenido/CapVI/6_9_ecua_seg.htm

Hernández, Rafael, Antonio. (2004) Estadística Aplicada, Honduras.

Hernández. Sampieri. Roberto, Fernández Collado Carlos y Baptista Lucio Pilar. (2006) Metodología de la Investigación. México, cuarta edición, editorial Mc Graw-Hill interamericana.

Jiménez Análisis del rendimiento académico http://perso.wanadoo.es/angel.saez/a-044_analisis_del_rendimiento_academico_(adap_jimenez).htm

Leithold, Louis (1999) Matemáticas previas al cálculo, México, tercera edición.

Nava Ortiz José (2008) La transposición didáctica, http://educacion.idoneos.com/index.php/118272

Rey, Genicio María, Lazarte, Graciela, Porcinito, Silvia, y Hernández, Clarissa (2005). Ecuación Cuadrática, una ingeniería didáctica para su enseñanza, Acta latinoamericana de matemática educativa, vol. 18"

Utrera Carlos E. (2006). **Ecuaciones Cuadráticas**
http://members.fortunecity.com/ceugev/cuadratic.html

Wikipedia la Enciclopedia Libre (2008) Ecuación http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuacion Wikimedia Foundation, Inc.

Wikipedia la Enciclopedia Libre (2008) Factorización
http://es.wikipedia.org/wiki/Descomposici%C3%B3n_factorial

Wikimedia Foundation, Inc.

Wikipedia la Enciclopedia Libre (2008) Gráfica http://es.wikipedia.org/wiki/Gr%C3%A1fica

http://bc.inter.edu/facultad/ntoro/ecuadw.htm