ENSAYOS DE MATEMATICAS

LA DEMOSTRACION EN LA ESCUELA

MSc. Mario Roberto Canales

El tema de demostración matemático es uno de los más difíciles para los estudiantes de matemáticas, muchos de ellos encuentran grandes dificultades par lograr esa capacidad, a partir de aquí cabe preguntarse: ¿Podrán los estudiantes de primaria y secundaria haces demostraciones matemáticas?, ¿Qué tipo de demostraciones tendrán que hacer?

De acuerdo con Kamii (1994, 23) Los estudiantes muestran dos tipos de conocimiento: empírico y lógico matemático. El primero es el conocimiento de los objetos de la realidad externa, mientras que el segundo consiste en la relación creada por cada individuo.

Para llegar a ambas, Kamii (1994,27) sugiere que se hace por medio de la abstracción: la empírica y la constructiva. En la primera, todo lo que hace el niño es centrarse en ciertas propiedades del objeto e ignora las demás. En la segunda implica la construcción de relaciones entre los objetos. En este sentido, se debe desarrollar más el pensamiento lógico- matemático.

Recio (2000,25) cita a varios autores que definen que es la demostración:

a) Gañiré y Taylor: La demostración es uno de los componentes clave que caracterizan la matemática.
b) Bogonmonly: Demostrar proposiciones es la esencia de la matemática.
c) Hanna y Jahnke: La demostración es una característica esencial de la matemática y como tal debería ser un componente clave de la educación matemática.
d) Balachef: son una sucesión de enunciados organizados siguiendo reglas determinadas; un enunciado es conocido como verdadero o bien es deducido de los que le preceden con ayuda de una regla de deducción tomada de un conjunto de reglas bien definidas.

Para Recio (2000,29) la atención se centra en que en todas las áreas de las matemáticas se requiere de un pensamiento inductivo y deductivo, por separado y en combinación. Un matemático o un estudiante que está haciendo matemática generaliza, con frecuencia, a partir de una muestra de observaciones de casos particulares para elaborar una hipótesis (razonamiento inductivo) y después comprueba la hipótesis construyendo bien una verificación lógica, bien un contraejemplo (razonamiento deductivo).

Este tema de la demostración no es nuevo, el Nacional Council of Teachers of Mathematics, que constituye una propuesta curricular de amplio seguimiento en la comunidad internacional de investigadores y profesionales de la educción matemática, contempla en sus estándares para el ciclo P-4 lo siguiente (1989,28):

En los niveles P-4, el estudio de las matemáticas debe hacer hincapié en el razonamiento para que los estudiantes sean capaces de:

a) Llegar conclusiones lógicas matemáticas.
b) Usar modelos, hechos conocidos, propiedades y relaciones para explicar sus ideas.
c) Justificar sus respuestas y sus modelos resolutivos.
d) Hacer uso de sus estructuras conceptuales y conexiones para analizar situaciones matemáticas.
e) Creer en el significado de las matemáticas.

Para los niveles 5-8, (1989,79):

a) Reconocer y aplicar razonamientos deductivos e inductivos.
b) Entender y aplicar procesos de razonamiento, con especial atención al razonamiento espacial y al razonamiento con proporciones y gráficas.
c) Hacer y evaluar conjeturas y argumentos matemáticos.
d) Dar validez a sus propias ideas.
e) Apreciar la utilidad y la potencia que tienen en toda situación el razonamiento como parte de las matemáticas.

Para los niveles 9 – 12, (1989,147):

a) Elaborar y comprobar conjeturas.
b) Formular contraejemplos.
c) Seguir argumentos lógicos.
d) Juzgar la validez de un argumento.
e) Construir argumentos sencillos validos.

Como puede observarse, hay una propuesta curricular en desarrollar en el estudiante del pensamiento de alto nivel. Continuando con esta premisa, Astiz (1998,70), plantean los siguientes pasos para llegar a la demostración inductiva:

a) Proceso de experimentación.
b) La conjetura

c) Proceso de reconceptualización.

d) La solución general del problema.

Esto sería factible, tomando en cuenta, según Astiz (1998, 86) que:

a. Los alumnos ya conozcan el tema, desde un punto de vista teórico como numérico.

b. La motivación de los estudiantes.

c. Una alta relación docente-alumno.

Considerando todo esto, existen problemas que motivan al estudiante a buscar patrones, conjeturas para que los estudiantes lleguen a formular conclusiones, esto es para que lleguen a aplicar razonamientos inductivos y deductivos. A continuación se presentan varios de esos ejercicios que pueden perfectamente ser resueltos por estudiantes de primeria y secundaria:

Calcular el valor de:

1) $\sqrt{(111{,}111{,}111{,}111)(1{,}000{,}000{,}000{,}005)+1}$

Se puede comenzar haciendo un conteo:

Hay 12 unos y hay 11 ceros

Luego se puede comenzar a ver casos:

$$\sqrt{(11)(105)+1} = \sqrt{1156} = 34$$

$$\sqrt{(111)(1005)+1} = \sqrt{111556} = 334$$

$$\sqrt{(1111)(10005)+1} = \sqrt{11115556} = 3334$$

Luego la respuesta será:

$$\sqrt{(111{,}111{,}111{,}111)(1{,}000{,}000{,}000{,}005)+1} = 333333333334$$

Importante es hacer que el estudiante analice el ejercicio, que haga el conteo de los elementos, la posibilidad de distinguir casos, la generalización, para luego llegar a conclusiones que luego el pueda verificar. Otros ejercicios similares pueden llevar a que el estudiante llegue a conclusiones utilizando su razonamiento lógico – matemático:

2) $\sqrt{111111111111-222222}$

$\sqrt{11-2}=\sqrt{9}=3$

$\sqrt{1111-22}=\sqrt{1089}=33$

$\sqrt{111111-222}=\sqrt{110889}=333$

Luego la respuesta será:

$\sqrt{111111111111-222222}=333333$

3) Encontrar la suma de: 1 + 11 + 111+ 1111+ 11111+ 111111+ … + 111111111

Analizando casos se tiene:

1 + 11 = 12

1 + 11 + 111= 123

1+11+111+1111= 1234

Luego:

1 + 11 + 111+ 1111+ 11111+ 111111+ … + 111111111 = 123456789

4) sumar: 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11+ …. + 99

$1 + 3 = 4 = 2^2$

$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$

$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$

Luego

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + \ldots + 99 = 49^2$

Los ejemplos presentados, muestran una estrategia para resolverlos utilizando casos, esto ayuda para poder deducir cual puede ser la respuesta.

Inducir al estudiante para que llegue a conjeturar, a que llegue a conclusiones aplicando su razonamiento inductivo y deductivo, para desarrollar su pensamiento lógico matemático. Ese debe de ser una prioridad en la escuela y el colegio.

BIBIOGRFIA

El Nacional Council of Teachers of Mathematics, 1989.

Recio, Ángel.2000. Una aproximación epistemológica a la enseñanza y el aprendizaje de la demostración matemática. Servicio de Publicaciones. Universidad de Córdoba. España.

Astiz, Mercedes. 1998. perturbaciones relativas e integración de conceptos y estrategias en Educación Matemática. Editorial Iberoamericana. México.

Kamii, Constante. 1994. Reinventando la aritmética II. Visor. España.