

# **PROPUESTA METODOLÓGICA PARA LA ENSEÑANZA DEL TEOREMA DE PITÁGORAS**

**Sterling Nadeska Fuentes, Henry Josué Cortez**

**ASESOR: MSC. Mario Roberto Canales**

## **INTRODUCCIÓN**

El teorema de Pitágoras es uno de los más conocidos e importantes en las matemáticas y es necesario conocer en qué forma se hace más fácil para los estudiantes su comprensión, por ende, esta investigación pretende mostrar si el rendimiento académico de cierto grupo de estudiantes es mayor, en comparación con otro grupo, al finalizar las clases que están planificadas en el Currículo Nacional Básico sobre el teorema de Pitágoras, cuando en el grupo experimental se aplica una propuesta metodológica que viene a mejorar la ya existente en el CNB sobre dicho tema y en cambio el grupo de control continua con la metodología tradicional.

La información estadística que se presenta es el resultado del procesamiento y el análisis de respuestas que se pudieron captar a través de pruebas diagnosticas, pre-pruebas y pos-pruebas aplicadas a estudiantes en dos secciones de 9º grado, del instituto José Trinidad Reyes, en la ciudad de San Pedro Sula.

Es bueno mencionar que durante el proceso, intervinieron factores que dificultaron la culminación exitosa del mismo, como es bien conocido el calendario escolar se ve interrumpido por los paros de labores, huelgas y un sin número de causas que dificultan el aprendizaje significativo en los estudiantes. Por lo tanto los resultados obtenidos en dicha situación, arrojaron los datos de la investigación.

## **SITUACIÓN PROBLEMA**

La evaluación de rendimiento académico realizada por la secretaria de educación pública en el año 2010, muestra que el porcentaje logrado en el área de matemáticas a nivel nacional es de 41.2% (donde un 50% de este rendimiento académico pertenece a Educación Primaria y un 32.4% pertenece al rendimiento de Educación Básica) estando un 17.8% por debajo de la meta EFA (59%).Lo anterior es decepcionante y hace reflexionar sobre el bajo nivel

educativo que se está logrando en el país, muestra que los niveles más bajos de rendimiento escolar se encuentran en séptimo, octavo y noveno grado.

Uno de los Estándares Educativos evaluados en el Octavo grado relacionado con el bloque de Geometría es “Resuelven problemas de la vida cotidiana usando el teorema de Pitágoras”. El porcentaje promedio de rendimiento a nivel nacional con respecto a este estándar es de 32.2% lo que implica que la aplicación del teorema de Pitágoras, por parte de los estudiante, a situaciones concretas no es comprendida en su totalidad; el departamento de Cortés alcanzó un porcentaje de 33% que indica que la minoría de estudiantes conocen este teorema. En este Estándar los porcentajes más altos se encuentran en los departamentos de Comayagua y Ocotepeque con un 37%; este dato pone de manifiesto una situación deprimente en lo que respecta a la comprensión del teorema de Pitágoras en la Educación de Octavo grado de los jóvenes Hondureños. Si se compara estos porcentajes con la meta EFA claramente se observa una notoria diferencia, lo que indica que se debe mejorar en el proceso de enseñanza en lo que se refiere a la aplicación práctica del teorema de Pitágoras.

Esto demuestra que la metodología que se utiliza en el proceso de enseñanza-aprendizaje no es la más adecuada, ya que los estudiantes no saben cómo aplicar el teorema de Pitágoras a una situación de la vida diaria.

Esta situación problemática es muy alarmante y conlleva a plantear la siguiente pregunta de investigación:

¿Qué cambios se pueden realizar en la metodología propuesta por el CNB para la enseñanza del teorema de Pitágoras, que influya en una mejor comprensión de dicho teorema por parte de los estudiantes?

### **OBJETIVO GENERAL**

Mejorar la metodología propuesta en el CNB para la enseñanza-aprendizaje del teorema de Pitágoras, que influya en una mejor comprensión de dicho teorema por parte de los alumnos de noveno grado del instituto “José Trinidad Reyes”, de San Pedro Sula, Cortes.



### **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

1. Describir el rendimiento académico de los estudiantes antes de utilizar la Nueva Propuesta Metodológica sobre el Teorema de Pitágoras.
2. Analizar el esquema propuesto para la enseñanza del teorema de Pitágoras utilizado en el CNB. Luego, proponer nuevas actividades para la enseñanza del teorema de Pitágoras que puedan implementarse en el CNB.
3. Describir el rendimiento académico de los estudiantes al utilizar la Nueva Propuesta Metodológica sobre el Teorema de Pitágoras.

### **PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN:**

1. ¿Cómo es el rendimiento académico de los estudiantes con respecto a los temas previos al Teorema de Pitágoras?
2. ¿Qué actividades presenta el CNB en la enseñanza del teorema de Pitágoras? y ¿Qué nuevas actividades pueden implementarse en el CNB para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes?
3. ¿Cómo es el rendimiento académico de los estudiantes al utilizar la nueva Propuesta Metodológica para la enseñanza del Teorema de Pitágoras?

### **JUSTIFICACIÓN**

El propósito de esta investigación es realizar un estudio, sobre la “comprensión que tienen los estudiantes del Teorema de Pitágoras y sus Aplicaciones”; con el fin de experimentar una Propuesta Metodológica y verificar la eficiencia o no en el desarrollo del tema.

Esta investigación servirá para aportar a los Maestros de Matemáticas, información que ayudara a mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, así como mejorar

el rendimiento académico de los estudiantes, tomando como base conocimientos, capacidades y vivencias en CURSPS-UPNFM así como la experiencia de Msc. Mario Canales asesor de la Investigación.

## MARCO TEORICO

### APRENDIZAJE DE CONCEPTOS

Para Torregosa y Quesada (2007, p. 273) los estudiantes aprenderán los conocimientos matemáticos construyéndolos ellos mismos, por ejemplo, apoyándose en sus capacidades visuales de diferentes figuras geométricas, luego manipulara las formas de las figuras usando cambios o una haciendo una reconfiguración de las figuras geométricas que de ellas se derivan, para obtener ciertos resultados de razonamiento; lo cual le ayuda a internalizar sobre los conocimientos matemáticos en forma secuencial y deductiva. Asimismo compartirán experiencias y conocimientos sin hacer memorización de formulas matemáticas que con el tiempo se olvidan y de esta manera obtener un aprendizaje verdaderamente significativo según el psicólogo David Ausabel (1978), de forma tal que se cree desde esta etapa una autonomía en el apropiamiento del conocimiento de los estudiantes. (Psicología Educativa, pag.11)

Si se da la oportunidad al estudiante que realice una reconfiguración de figuras geométricas por ejemplo; tangran, una técnica que consiste en un rompecabezas puede descubrir como calcular áreas y este razonamiento se habrá creado por autonomía donde se apoya de sus capacidades visuales y motoras. Además este aprendizaje se realizaría de manera creativa lo cual motivaría al estudiante a involucrarse en el proceso de enseñanza aprendizaje como un ente activo.

El teorema de Pitágoras por ejemplo plantea una serie de mecanismos de naturaleza que geométrica – algebraica con la cual se adquiere, procesar y organizar la información para enfrentar una determinada situación problema lo cual permite deducir la formula  $c^2 = a^2 + b^2$ .

En base a los conocimientos previos se tratará de establecer un método novedoso que permita impulsar al estudiante a ser autónomo en su aprendizaje y facilitar la comprensión del teorema de Pitágoras.

## HISTORIA DEL TEOREMA DE PITAGORAS

El teorema de Pitágoras es uno de los teoremas más famosos y estudiados de toda la historia de la matemática. Podría preguntarse ¿cuál es la importancia de este teorema? Sin duda alguna “constituye una referencia obligada para muchas disciplinas del conocimiento no solo en cuanto a las relativas a las matemáticas” (Jans, 2002, p. 3). Es claro que el estudio del teorema de Pitágoras es obligatorio en el nivel de educación secundaria puesto que forma parte de las competencias básicas que debe poseer un estudiante al egresar del ciclo básico.

El teorema de Pitágoras afirma: “En los triángulos rectángulos el cuadrado del lado que subtiende el ángulo recto es igual a los cuadrados de los lados que comprenden el ángulo recto” (Puertas, 1991, p. 260). Dicho en otras palabras en los triángulos rectángulos el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

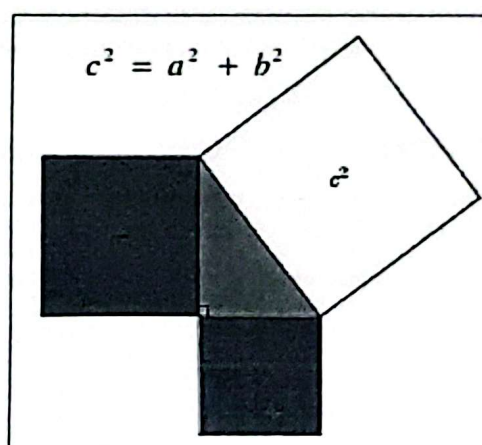


Figura 1

### La recopilación de Elisha Loomis (1852 – 1940)

Loomis se aventuró a recopilar la mayor cantidad posible de pruebas dadas acerca del teorema de Pitágoras, labor que, como lo menciona Urbaneja (2008, p. 120), le llevó muchos años y que en 1927 dio como fruto la publicación del libro titulado *The Pythagorean Proposition* siendo este un clásico en la educación matemática, desde luego por su inmenso valor didáctico. Este gran compilador obtuvo 370 pruebas en total, siendo



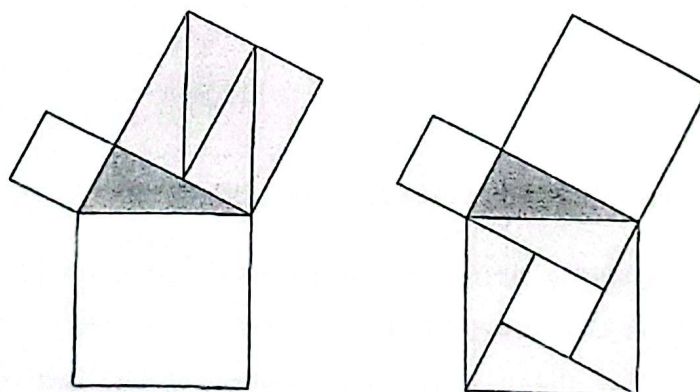
sin duda alguna la recopilación más grande que se ha efectuado sobre el teorema de Pitágoras. Luego el autor continuo afirmando que existe un número ilimitado de pruebas algebraicas y geométricas y aun más fuerte es la afirmación de que no pueden darse pruebas a través de medios trigonométricos, medios de la geometría analítica y el cálculo.

## FORMAS ALTERNATIVAS PARA LA ENSEÑANZA DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

La enseñanza del teorema de Pitágoras no tiene por qué basarse únicamente en los métodos tradicionales de enseñanza, así “Una forma de enseñar el teorema de Pitágoras consiste en mostrar su veracidad por cualquier medio: demostración rigurosa, comprobación en casos particulares, disecciones o transformaciones geométricas... es decir, se presenta el resultado y se comprueba que es cierto” (Arranz, Losada, Mora, y Sada, 2011, p. 8); cualquier medio incluye, entre otras cosas, los materiales didácticos mediante los cuales se valide el enunciado de dicho teorema.

### *Rompecabezas del teorema de Pitágoras*

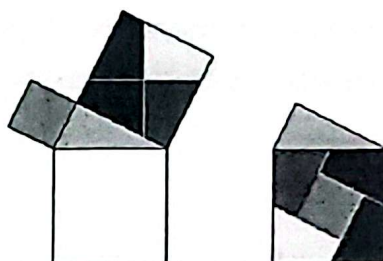
Se trata básicamente de un juego en el cual se les presenta a los estudiantes una serie de puzles en el que “partiendo de un triángulo rectángulo y al montar las piezas se puede formar por un lado el cuadrado sobre la hipotenusa, y con las mismas piezas se construyen por otro lado los cuadrados sobre los catetos” (Grupo Alquerque, p. 119-120)



En la figura se muestra que con las piezas que forman los cuadrados de los catetos del triángulo rectángulo se completa el cuadrado construido sobre la hipotenusa, esta se basa en la demostración hecha por el matemático hindú Blaskara (1114, 1185).

Otro puzle fácil de manejar se basa en la demostración del teorema de Pitágoras hecha por Henry Perigal (1801-1898).

“En ella se divide en cuatro partes el cuadrado construido sobre el cateto mayor a partir de su centro (que se puede hallar por intersección de las diagonales), trazando posteriormente por él una paralela y una perpendicular a la hipotenusa del triángulo” (Ibíd, p. 120)



## METODOLOGÍA

### PROCEDIMIENTO:

Para la contrastación del objetivo planteado en esta investigación, se han realizado diferentes análisis, en los que las variables dependen de diferentes dimensiones.

Dividiendo el proceso en 3 fases:

1. Preparación de la Propuesta Metodológica.
2. Aplicación y evaluación de la propuesta.
3. Resultados e interpretación.

### **TIPO DE ESTUDIO:**

La siguiente investigación es de tipo cuantitativo, de manera que permite examinar los datos de manera científica en forma numérica con la ayuda de las herramientas de Excel. Es decir se analizó cómo se comporta el rendimiento académico de los estudiantes con respecto a la propuesta de enseñanza del Teorema de Pitágoras.

### **POBLACIÓN Y MUESTRA:**

En esta investigación se trabajó con una muestra de 40 alumnos de Noveno Grado, repartidos en las secciones 5 y 15, representadas por los grupos A y B respectivamente, del centro educativo público "José Trinidad Reyes". En cuanto a la muestra se obtuvo mediante un procedimiento intencional. La muestra total está compuesta por alumnos entre los 14 y 18 años. La intervención se llevo a cabo en 02 a 24 de Octubre del 2012.

### **INSTRUMENTOS Y TÉCNICA:**

Para llevar a cabo esta investigación se elaboró una prueba diagnóstica con el propósito de identificar los conocimientos previos del estudiante, dicha prueba fue elaborada a base de temas relacionados con la enseñanza del Teorema de Pitágoras; Suma de los ángulos de un triángulo, Triángulos Isósceles y rectángulo, Paralelogramos, rectángulos, cuadrados, rectas paralelas y perpendiculares, además el diseño experimental realizado fue de preprueba-posprueba y grupo de control. La preprueba con la intención de verificar lo que conocían acerca del teorema de Pitágoras y la posprueba con el fin de identificar la comprensión del Teorema de Pitágoras.

### **PLAN DE ANÁLISIS:**

Para informar sobre los resultados de esta investigación se aplicó estadística descriptiva, empezando por promedios, medias entre los grupos y varianzas.

La prueba se realizó mediante la prueba t- Student, con un nivel de significancia 5%, utilizando para ello el paquete estadístico Excel.



## RESULTADOS

### Prueba Diagnóstica y preprueba

Se aplicó una prueba diagnóstica y una preprueba a los estudiantes de los grupo A (grupo control) y B (grupo experimental), arrojando los siguientes resultados.

#### Resultados de la prueba diagnóstica

	Preg.1	Preg.2	Preg.3	Preg.4	Preg.5	Preg.6	Preg.7
Grupo	Aciertos (%)	Aciertos (%)	Aciertos (%)	Aciertos (%)	Aciertos (%)	Aciertos (%)	Aciertos (%)
A	54.16	25	37.5	37.5	62.5	50	16.67
B	66.67	33.33	50	39	44.5	44.5	28

La tabla muestra que aproximadamente el 54%, 25% y el 38% de los estudiantes del grupo A contestaron correctamente las preguntas 1, 2 y 3 respectivamente; en cambio aproximadamente el 67%, 33% y el 50% de los estudiantes del grupo B contestaron correctamente las mismas preguntas. También, aproximadamente el 38%, 63%, 50% y el 17% de los estudiantes del grupo A contestaron correctamente las preguntas 4, 5, 6 y 7 respectivamente; en cambio aproximadamente el 39%, 45%, 45% y el 28% de los estudiantes del grupo B contestaron las mismas preguntas respectivamente.

#### Resultados de la preprueba

	Preg.1	Preg.2	Preg.3	Preg.4	Preg.5	Preg.6	Preg.7
Grupo	Aciertos (%)	Aciertos (%)	Aciertos (%)	Aciertos (%)	Aciertos (%)	Aciertos (%)	Aciertos (%)
A	75	33.33	12.5	66.67	54.17	45.83	4.76
B	55.56	66.67	72.22	39	55.55	39	5.56

La tabla muestra que aproximadamente el 75%, 33% y el 13% de los estudiantes del grupo A contestaron correctamente las preguntas 1, 2 y 3 respectivamente; en cambio aproximadamente el 56%, 67% y el 72% de los estudiantes del grupo B contestaron correctamente las mismas preguntas. También, aproximadamente el 67%, 54%, 46% y el 5% de los estudiantes del grupo A contestaron correctamente las preguntas 4, 5, 6 y 7 respectivamente; en cambio aproximadamente el 39%, 56%, 39% y el 6% de los estudiantes del grupo B contestaron las mismas preguntas respectivamente.

#### **Pos-prueba:**

Luego de la intervención a los estudiantes de los grupo A se aplicó una posprueba a los grupos participantes.

#### **Resultados de la posprueba**

Grupo	Preg.1 (%)	Preg.2 (%)	Preg.3 (%)	Preg.4 (%)
A sin intervención	23.81	38	33.33	0
B con intervención	36.84	47.37	42.11	26.32

La tabla muestra que aproximadamente el 24% y el 38% de los estudiantes del grupo A contestaron correctamente las preguntas 1 y 2 respectivamente; en cambio aproximadamente el 37% y 47% de los estudiantes del grupo B contestaron correctamente las mismas preguntas. También, aproximadamente el 33% de los estudiantes del grupo A contestaron correctamente las pregunta 3; en cambio aproximadamente el 42% de los estudiantes del grupo B contestaron correctamente la misma pregunta. Por otra parte ningún estudiante del grupo A contesto correctamente la pregunta 4 y en cambio aproximadamente el 26% de los estudiantes contestaron correctamente dicha pregunta.

## PRUEBA DE HIPÓTESIS

### Paso 1

Formulación de Hipótesis:

**H<sub>i</sub>:** La propuesta metodológica utilizada para enseñar el teorema de Pitágoras en el grupo B, determina un mejor rendimiento académico en los estudiantes.

**H<sub>o</sub>:** La propuesta metodológica utilizada para enseñar el teorema de Pitágoras en el grupo B, no determina un mejor rendimiento académico en los estudiantes.

**Paso 2** Nivel de significancia:  $\alpha = 5\% = 0.05$

**Paso 3** Criterio de Demostración: Rechazar H<sub>o</sub> si  $t^* > 2.0243$  ó si  $t^* < -2.0243$ , donde  $t^* = t$  calculada.

**Paso 4** Cálculos: Para la obtención de los datos que permitirán aceptar ó rechazar la H<sub>o</sub> se utilizó la herramienta t-student incluida en los complementos del paquete estadístico Excel y los datos brindados por la tabla 22, siendo estos los resultados:

Prueba t para dos muestras		
	<i>Grupo A</i> (sin intervención)	<i>Grupo B</i> (con intervención)
Media	11.23809524	17.1052632
Varianza	144.1904762	181.210526
Observaciones	21	19
Varianza agrupada	161.7262894	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	38	
Estadístico $t = t^*$	-1.457117785	
$P(T \leq t)$ una cola	0.076649252	
Valor crítico de t (una cola)	1.685954461	
$P(T \leq t)$ dos colas	0.153298505	
Valor crítico de t (dos colas)	2.024394147	



La tabla muestra la media de cada grupo con respecto al valor de la posprueba, a saber 40%, además muestra la varianza de cada grupo. El número de casos en cada grupo también es dado por la tabla en la cual se observa que 21 estudiantes del grupo A realizaron la posprueba y 19 estudiantes del grupo B realizaron dicha prueba. También se muestran los valores críticos para la zona de aceptación de la hipótesis nula que equivalen a - 2.0243 a la izquierda y 2.0243 por la derecha de la grafica. Luego el valor de t calculado también es mostrado en la tabla y este es igual a -1.4571.

**Paso 5 Decisión:** Como el estadístico t ( $t^* = t$  calculado) cae dentro de la región de aceptación, entonces se acepta la Hipótesis Nula ( $H_0$ ).

**Paso 6 Conclusión:** Al nivel de significancia del 5% se concluye que probablemente la propuesta metodológica utilizada para enseñar el teorema de Pitágoras en el grupo B, no determina un mejor rendimiento académico en los estudiantes.

## 5. CONCLUSIONES

1. El rendimiento académico de los estudiantes sobre los contenidos previos al Teorema de Pitágoras en ambos Grupos, alcanza a lo mucho un 50% de lo que deben saber sobre esos temas. (Grupo A= 50%, Grupo B=50.42%; obtenido de la tabla N°8 Prueba Diagnostica).
2. La Guía del Maestro del CNB presenta el Teorema de Pitágoras con una muy pobre introducción histórica, luego muestra uno o dos ejercicios resueltos detalladamente que se complementan con un grupo de ejercicios que el estudiante desarrollara. Además incluye varias demostraciones de dicho teorema de las cuales una tiene un grado de dificultad bastante alto para los estudiantes.
3. Se pueden incluir actividades que motiven el interés del estudiante hacia el contenido, como el Tangram del Teorema de Pitágoras, también hacer uso de la tecnología mediante videos que detallen la historia de Pitágoras y su Teorema; además demostraciones visuales por medio de diapositivas que sustituyen las demostraciones teóricas presentadas en el libro de texto con el fin de facilitar la comprensión de dicho teorema.

4. El rendimiento académico de los estudiantes del Grupo Experimental no es más alto que el del Grupo de Control, puesto que la prueba de hipótesis dio como resultado la negación de la hipótesis de investigación. Aunque los gráficos muestran porcentajes levemente más altos para el Grupo Experimental, respecto a la cantidad de alumnos que contestaron correctamente las preguntas.

## BIBLIOGRAFIA

1. Acevedo, P. (2011), El teorema de Pitágoras: Construcción de algunos recursos didácticos, Trabajo de grado como requisito para obtener el título de: Magister en enseñanza de las ciencias naturales y exactas. Universidad Nacional de Colombia. Facultad de ciencias. Bogotá, Colombia.
2. Ausabel D.P. (1968) Educational Psychology. New York. Holt Rinehart & Winston.
3. Barreto García, J. C. (Marzo de 2009). Cuadratura, primera noción de área y su aplicación en la expresión del área de diferentes figuras geométricas como recurso didáctico en la extensión geométrica del Teorema de Pitágoras. Argentina: Unión, 17, pp. 31 – 51.
4. Boyer, C. B. (1986). Historia de las Matemáticas. Madrid: Alianza Universidad.
5. D'Amore B y Godino J. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de la matemática. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 10 (2), 191-218.
6. Euclides (1991). Elementos, Libro I. Introd. de L.Vega, trad. y notas de M. L. Puertas, Madrid: Editorial Gredos.
7. Gonzales Urbaneja, P. M. (Noviembre 2008). El teorema llamado de Pitágoras: Una historia geométrica de 4000 años, España: Sigma, 32, pp. 103 – 130.
8. Grupo Alquerque. (2003, junio). Rompecabezas del teorema de Pitágoras. Valencia, España. Suma, 43, pp. 119-120.
9. Jans, Sebastián (2002). EL TEOREMA DE PITÁGORAS Y LOS PITAGÓRICOS disponible en URL: [cruizf.com/biblioteca/.../sebastian\\_jansel\\_teorema\\_de\\_pitagoras....](http://cruizf.com/biblioteca/.../sebastian_jansel_teorema_de_pitagoras....) [consulta 22 de Julio de 2012]
10. Loomis, E. S. (1968). The Pythagorean Proposition, Second printed, Michigan USA: NCTM.
11. Martín, J., Santonja, J. & Redondo A. (Junio 2009). Henry Perigal. España: Summa, 61, pp. 47-61.

12. Nelsen, Roger B. (1993). *Proofs Without Words*, USA: The Mathematical Association of America.
13. Plaza B. & Gordaliza E. (s.f.) Teorema de Pitágoras, disponible en URL: <http://es.scribd.com/doc/63150707/trabajo-Pitagoras> [consulta 22 de Julio 2012]
14. Secretaría de Educación (2007). *Currículo Nacional Básico*. Honduras.
15. Sparks, John C. (2008). *The Pythagorean Theorem*. USA: AuthorHouse.
16. Torregosa, Germán y Quesada, Humberto. (2007). Coordinación de los Procesos Cognitivos en Geometría. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 10 (2), 273-300.