Revista de Matemáticas Aleph

Asimilación de los tópicos establecidos en el Curso de Estructuras Algebraicas

Assimilation of the topics established in the Algebraic Structures Course

Héctor Gabriel Juárez Luna
Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán
Honduras
hgjuarezl@e.upnfm.edu.hn

Wilfredo Alberto Ebanks Zuniga
Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán
Honduras
waebanksz@e.upnfm.edu.hn

Publicado digitalmente: 12/11/2024

RESUMEN

El objetivo del estudio es identificar las temáticas complejas en el curso de Estructuras Algebraicas de la carrera de Profesorado en Matemáticas en la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, San Pedro Sula, y establecer relaciones con los conocimientos previos y los estilos de demostración que dominan los estudiantes. La técnica utilizada fue cuantitativa y consistió en realizar encuestas a los estudiantes y analizar estadísticamente los datos recopilados. La evaluación del dominio de conceptos clave como operaciones binarias, grupos, anillos y campos, así como el uso de técnicas de demostración, fueron las principales actividades. Los resultados muestran que los estudiantes tienen dificultades con las demostraciones de contraejemplo y doble columna, y que aquellos con un mayor dominio de álgebra básica y cálculo mejoran en el curso.
PALABRAS CLAVES: *Estructuras Algebraicas, técnicas de demostración, Álgebra Básica, dificultades de aprendizaje*.

ABSTRACT

The objective of the study is to identify the complex topics in the *Algebraic Structures* course of the Mathematics Teaching degree at the Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, San Pedro Sula, and establish relationships with the prior knowledge and demonstration styles that students master. The methodology used was quantitative and consisted of conducting surveys with students and statistically analyzing the collected data. The main activities included assessing the mastery of key concepts such as binary operations, groups, rings, and fields, as well as the use of demonstration techniques. The results show that students struggle with counterexample and two-

column demonstrations, and that those with greater mastery of basic algebra and calculus perform better in the course.

KEYWORDS: *Algebraic Structures, demonstration techniques, Basic Algebra, learning difficulties*.

I. INTRODUCCIÓN

Debido a que no se cuenta con suficientes estudios de alcance internacional, nacional y local sobre esta investigación y sus estrategias de prevención, el presente trabajo es conveniente para afianzar un mayor conocimiento sobre la problemática que vive actualmente la Carrera de Profesorado en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán en CUR - SPS, ya que se asume que existen temáticas difíciles de asimilar en el curso de Estructuras Algebraicas, lo cual genera la siguiente pregunta ¿Cuáles son las temáticas de difícil asimilación en el curso de Estructuras Algebraicas, que dificultan la aprobación de este curso y por consiguiente el avance en el plan de estudio de los estudiantes de la Carrera de Profesorado en Matemáticas en la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán en el centro regional de San Pedro Sula II periodo académico 2023?, ¿cómo los conocimientos previos influyen en el aprendizaje de los contenidos en estructuras algebraicas?, o bien si ¿influye el dominio de diferentes formas para demostrar propiedades matemáticas en el dominio de dichos temas?

Según el análisis de los resultados obtenidos en la encuesta, se logró concluir que los estudiantes deben de al menos haber cursado 25 a 36 clases para que la comprensión y la asimilación del curso de Estructuras Algebraicas sea optimo y se obtenga un mejor desempeño académico, otra causa es que se deben de implementar más estrategias que involucren el uso de las técnicas de demostración como: la demostración por contraejemplo y doble columna, para lograr un mejor dominio en ambas.

La recolección de la información se realizó con los estudiantes de la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán en CUR – SPS que han cursado la asignatura de Estructuras Algebraicas, matriculados II periodo académico 2023 y que participaron de manera voluntaria, realizando una encuesta, se obtuvieron los resultados y se realizó un análisis estadístico con la herramienta PSPP.

Para llevar a cabo el estudio, el trabajo se ha estructurado en 4 capítulos. En el primer capítulo tenemos el planteamiento del problema, en cual se plantea de manera general el problema central de nuestra investigación. En el Marco Metodológico está comprendido por el enfoque de investigación, diseño y tipo de investigación, las variables de la investigación, población y muestra, técnicas de recolección de datos e instrumento de recolección de datos declarados para el desarrollo de nuestra tesis. En el Marco teórico se presentan los fundamentos que sitúan al lector dentro de los referentes conceptuales para entender el abordaje y desarrollo del problema de investigación y, por último, se presentan los Resultados y Conclusiones, donde se describen los resultados obtenidos de la encuesta y la conclusión de nuestra investigación.

II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Dentro de la Carrera de Profesorado de Matemáticas en la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, en el Centro Regional de San Pedro Sula, se considera que en la asignatura de Estructuras Algebraicas surgen temas que presentan dificultades en su asimilación. Estos temas pueden dar lugar a una falta de comprensión en cuanto a nociones fundamentales, como definiciones, corolarios y teoremas que resultan indispensables para abordar la resolución de problemas. Esta carencia de comprensión afecta a los estudiantes potenciales que se preparan para cursar la materia.

Las Estructuras Algebraicas constituyen un campo de estudio dentro de las

Matemáticas abstractas que se enfoca en las propiedades y relaciones de conjuntos y operaciones. Algunas temáticas abordadas en esta disciplina incluyen los grupos, aritmética modular y teorema de Lagrange. Estas Estructuras Algebraicas se caracterizan por la existencia de propiedades y axiomas específicos que definen su comportamiento.

A pesar de la importancia de estas temáticas en el desarrollo de habilidades Matemáticas avanzadas, los estudiantes suelen encontrar dificultades para asimilar ciertos conceptos. Estas dificultades pueden manifestarse de diversas formas, como la falta de comprensión de definiciones clave, la incapacidad para aplicar correctamente los teoremas en situaciones problemáticas y la confusión en la identificación de propiedades relevantes. Estos obstáculos pueden afectar negativamente la adquisición de conocimientos y habilidades Matemáticas necesarias para cursos posteriores y para la resolución de problemas complejos.

Para abordar este problema, es necesario realizar una investigación que permita identificar las temáticas específicas que los estudiantes encuentran más difíciles de asimilar en la clase de Estructuras Algebraicas. Esto podría involucrar la recopilación de datos a través de encuestas, entrevistas o análisis de pruebas y trabajos de los estudiantes. Una vez identificadas las temáticas problemáticas, se podrán diseñar estrategias didácticas específicas, como ejercicios y actividades de refuerzo, ejemplos concretos y aplicaciones prácticas, o la utilización de recursos audiovisuales o interactivos, para ayudar a los estudiantes a superar estas dificultades y mejorar su comprensión de las estructuras algebraicas.

Es importante destacar que este problema no es exclusivo de la Carrera de Profesorado de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán en el Centro Universitario Regional de San Pedro Sula, sino que se ha observado en otros contextos educativos tanto a nivel nacional como internacional. Diversas investigaciones han evidenciado las dificultades que enfrentan los estudiantes al estudiar estructuras algebraicas y han propuesto diferentes enfoques y estrategias para abordar estos desafíos.

¿Cuáles son las temáticas de difícil asimilación en el curso de Estructuras Algebraicas? y, por consiguiente, ¿cómo se relaciona el conocimiento previo y el dominio de diferentes estrategias de demostración para la asimilación de los contenidos de Estructuras Algebraicas?

III. OBJETIVOS

Analizar la asimilación de los tópicos establecidos en el curso de Estructuras Algebraicas del Profesorado de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán CURSPS con relación a las estrategias para demostración matemática y los conocimientos previos.

Objetivos Específicos:

1) Identificar el nivel de asimilación de los contenidos dentro del curso de Estructuras Algebraicas en los estudiantes de la Carrera de Profesorado en Matemáticas en la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán en el centro regional de San Pedro Sula.
2) Caracterizar las estrategias de las técnicas de demostración utilizadas por los estudiantes en las temáticas desarrolladas para la clase de Estructuras Algebraicas.
3) Describir los conocimientos adquiridos por los estudiantes en clases anteriores cursadas, previo al curso de Estructuras Algebraicas.

IV. JUSTIFICACIÓN

"En la última generación, la investigación sobre el proceso de aprendizaje de las matemáticas por parte de los estudiantes ha experimentado un cambio significativo. Se ha transitado desde la exploración de teorías generales de aprendizaje hacia un enfoque más específico: el análisis minucioso de la comprensión de contenidos matemáticos concretos" (Kilpatrick, Gómez, Rico y colaboradores, p. 10).

Este cambio en la investigación cobra particular relevancia ante la falta de asimilación de temáticas en el curso de Estructuras Algebraicas. El objetivo es comprender las razones detrás de la ausencia de competencias básicas en los estudiantes, tales como definiciones, lemas y teoremas, fundamentales para la resolución de problemas. A través de este análisis, buscamos abordar las dudas que han surgido, con la intención de aportar claridad en cada uno de estos aspectos.

Uno de los puntos más valiosos es saber si la falta de asimilación de los estudiantes en el curso de Estructuras Algebraicas es por qué no es de su agrado o porque el docente no transmite el conocimiento de una manera activa participativa en donde el estudiante se involucre, y que interesa al aprendizaje de la clase, pero también se genera la duda de que por falta de asimilación del curso, se puedan realizar estudios para implementar un problema de Estructuras Algebraicas en la vida cotidiana, mediante este análisis proyectamos una idea clara en cada una de estas incógnitas.

Pretendemos dar a conocer las razones de la falta de interés en el curso, ya que, en su mayoría, los estudiantes aprueban el curso sin un conocimiento útil y lo aprueban solo como requisito, en cambio hay estudiantes excepcionales que encuentran fascinantes las Estructuras Algebraicas, pero ¿por qué unos estudiantes si se sienten atraídos por las Estructuras Algebraicas y otros la detestan?, ¿tiene relación con los tipos de inteligencia, los paradigmas o las metodologías de enseñanza-aprendizaje? Bueno, hemos ideado un plan para resolver este dilema. Debido a que no hay investigación suficiente internacional, nacional y local respecto a este estudio y sus estrategias de prevención, este estudio permitirá integrar un mayor conocimiento de los problemas de la enseñanza de las matemáticas universitarias.

Por tanto, los estudiantes que planean tomar el curso de Estructuras Algebraicas adquirirán habilidades básicas de resolución de problemas sobre el tema descrito después en este estudio para que los estudiantes logren resultados óptimos.

V. MARCO TEORICO

A continuación, se presentan los fundamentos que sitúan al lector dentro de los referentes conceptuales para entender el abordaje y desarrollo del problema de investigación. Se tendrán en cuenta los siguientes pilares: una presentación del marco teórico; aprendizaje de las estructuras algebraicas desde una perspectiva cognitiva, el punto de vista de Schoenfeld sobre la resolución de problemas matemáticos, marco conceptual, breve descripción del contenido y enfoque del curso de Estructuras Algebraicas de un punto de vista epistemológico.

Quizás sea la matemática, considerada como ciencia exacta por antonomasia, la disciplina más dura para la mayoría del alumnado medio. Y quizás sea esta la razón de que, aquellos que se dedican a enseñarla, sientan de un modo acuciante la necesidad de buscar métodos didácticos para hacer más llevadera su asimilación por las mentes juveniles. (PARRA, C.A, 1994).

Aprendizaje de las Estructuras Algebraicas visto desde una perspectiva cognitiva

Cockcroft (1985) afirma que “las matemáticas son una asignatura difícil de enseñar y de Aprender”. ¿Por qué es difícil de enseñar y aprender esta asignatura? Las razones del informe Cockcroft se relacionan claramente con las "demandas" cognitivas su carácter jerárquico que hace depender de lo conocido, su exigencia de una práctica continuada, las dificultades de comprensión y memoria de muchas personas, etc.

Con el tiempo, en Estructuras Algebraicas se observa que la mayoría de los estudiantes tienen dificultades para asimilar temáticas que genera incertidumbre, confusión, estrés, fatiga, reprobación del curso, lo que hace que no se desarrolle un aprendizaje significativo; y al comparar los resultados obtenidos en evaluaciones de la asignatura y otras clases, las de Estructuras Algebraicas eran menos bajas.

Entre los cursos bases para Estructuras algebraicas tenemos Álgebra, Lenguaje de la Matemática, Algebra Lineal y Teoría de Números, de este último, si revisásemos el temario de la asignatura comprobaríamos que unas de las sub - competencias que se espera que los estudiantes adquieran son: "Enunciar, comentar y ejemplarizar con respecto a los teoremas de la teoría de números, por ejemplo, relaciones de equivalencias, aritmética modular n, los teoremas de Lagrange, Euler, Fermat y Wilson" (Plan de estudios de la carrera, 2008)

De todas las sub - competencias anteriormente presentadas los estudiantes alegan que su punto más débil es el desarrollo intelectual y es aquí, que al no comprender los distintos procedimientos ellos se desaniman y pierden interés en la clase. Por lo cual centraremos esta investigación en el estudiante ya que buscamos encontrar una solución a lo que causa esa falta de interés. Bien decía un investigador español sobre encontrar una solución a los distintos problemas de la enseñanza – aprendizaje.

Hay que buscar alternativas que permitan que los estudiantes concretos adquieran al menos una comprensión parcial de los fenómenos estudiados y que proporcione una vía de progresión gradual en la complejidad cognoscitiva exigida. Una posible alternativa incluiría: un estudio más extenso de la fenomenología; la posibilidad de realizar experiencias para probar sus propias conjeturas; y la consideración del desarrollo intelectual como un objetivo propio de la asignatura; frente al deber de terminar el programa. (Aguirre de Carcer, 1983, p. 92)

En ocasiones, es posible percibir que el docente carece de la adecuada preparación metodológica y didáctica, lo que se refleja en su mera finalización de un programa de clase sin prestar la debida atención al desarrollo cognitivo e intelectual de los estudiantes. Lo antes citado por Aguirre nos llama a la reflexión como docentes, en mejorar desde nuestro lado para así encausarnos a una solución ante tal problema que afecta a nuestros estudiantes.

La heurística y resolución de problemas

En matemáticas, el término "heurística" se refiere a las técnicas de descubrimiento, a las estrategias para guiar o descubrir. Pólya (2004) afirma que se relaciona con el estudio de los métodos y las reglas de descubrimiento e invención. Schoenfeld (1985) considera que las estrategias heurísticas son reglas generales para la resolución exitosa de problemas, son sugerencias que le permiten al individuo comprender mejor el problema y avanzar hacia su solución.

Resolución de problemas

Según Urdiain, I. E. (2006), "la resolución de problemas es una competencia en la que se pone de manifiesto la habilidad de las personas y el grado de desarrollo de las destrezas anteriormente expuestas". Es la principal finalidad del área, entendida no solo como la resolución de situaciones problemáticas propias de la vida cotidiana y de las que no resulten tan familiares. La resolución de problemas de una planificación de las acciones a realizar, que ayuden a situar y utilizar adecuadamente los conocimientos adquiridos.

Cuando se trabaja de forma sistemáticas en el salón de clase, los estudiantes obtienen una oportunidad de justificar y explicar las formas en que se encuentran y avanzan en el desarrollo de la actividad, y aborden las dificultades del proceso mismo. indirectamente. En algunos casos, las dificultades mencionadas se relacionan con la falta de asimilación de contenidos de diferentes espacios del área; en otros casos basado en comprensión lectora, uso del lenguaje o desconocimiento se introducen conceptos de otras disciplinas situacionales.

Sobre la demostración matemática

Según Tall (1991) la demostración es el propósito de la matemática moderna y un concepto fundamental en el que todos los matemáticos están de acuerdo. Considera que es necesario analizar la naturaleza de la demostración que tienen los individuos, sus características e investigar sobre su crecimiento cognitivo a medida que estos maduran. Esto no se puede lograr haciéndole que reproduzca lo que hacen los matemáticos; debe profundizar en la naturaleza de la demostración, no solo en la comunidad de práctica de los matemáticos, sino en su desarrollo humano.

Esquemas de demostración

El esquema de demostración se refiere a un conjunto de etapas o pasos que se siguen en el proceso de demostrar un concepto o teorema matemático. Según Hernán (1982), algunas de las etapas que pueden formar parte de este esquema son: descubrimiento de la regularidad de una situación, sistematización de los ejemplos, conjetura, crítica de la conjetura, nueva conjetura, demostración de la conjetura y crítica de la demostración.

Existen diferentes tipos de esquemas de demostración en matemáticas, que se utilizan según el tipo de problema o teorema que se esté abordando. Algunos de los esquemas más comunes utilizados son los siguientes:

Demostración directa: este esquema se utiliza cuando se quiere demostrar un enunciado matemático a partir de definiciones, propiedades y teoremas previamente establecidos. Se sigue una secuencia lógica de pasos para llegar a la conclusión deseada. Por ejemplo, si se quiere demostrar que la suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180 grados, se pueden utilizar definiciones de ángulos, propiedades de la suma de ángulos y teoremas de geometría para justificar cada paso de la demostración.

Demostración por contradicción: en este tipo de esquema, se parte de la suposición de que el enunciado contrario al que se quiere demostrar es verdadero, y a partir de esa suposición se llega a una contradicción lógica. Esto implica que la suposición inicial es falsa, y por lo tanto el enunciado original es verdadero. Por ejemplo, para demostrar que la raíz cuadrada de 2 es irracional, se supone inicialmente que es racional y se llega a una contradicción al demostrar que la suposición lleva a una afirmación absurda.

Demostración por inducción: este esquema se utiliza para demostrar enunciados que son válidos para un conjunto infinito de números naturales. Se sigue un proceso en el que se prueba que el enunciado es válido para el número inicial (generalmente, el número 1), y luego se demuestra que, si es válido para un número n, también lo es para el siguiente número n+1. Así, se establece que el enunciado es válido para todos los números naturales. Por ejemplo, se puede utilizar la inducción matemática para demostrar que la suma de los primeros n números naturales es igual a (n(n+1))/2.

Demostración por contraejemplo: este esquema se utiliza para refutar una declaración dando un ejemplo concreto que contradice la declaración en cuestión. En otras palabras, se prueba que una afirmación es falsa mostrando los casos en los que la condición afirmada no es verdadera. El objetivo de este enfoque es encontrar al menos un ejemplo que contradiga la declaración, demostrando así que la declaración no es generalmente cierta.

El método del contraejemplo es útil para mostrar que una declaración es verdadera en algunos casos, pero no en todos los casos. Esto nos ayuda a ver los límites de la afirmación y comprender mejor las condiciones bajo las cuales es verdadera.

Demostración por doble columna: este esquema, también llamado "prueba de dos columnas", es una técnica organizativa para estructurar y presentar pruebas lógicas en documentos. Esta estrategia consiste en dividir la prueba en dos columnas. Los pasos lógicos se detallan en la columna de la izquierda y la justificación adecuada para cada uno se da en la columna de la derecha.

Este método es especialmente útil cuando la evidencia debe presentarse de forma clara y detallada. Esta estructura facilita que tanto el lector como el autor avancen paso a paso en la discusión y obtengan una comprensión más profunda de cómo alcanzar el resultado deseado.

Breve descripción del contenido y enfoque del curso Estructuras Algebraicas

En esta materia se introducen las nociones básicas relacionadas con las estructuras de operaciones binarias, grupo, anillo, cuerpos y módulo. Entre algunos temas que se estudian tenemos:

1. **Grupos:** Definiciones, ejemplos y resultados básicos, Monoides, Semigrupos, Grupos, Morfismos, Cocientes, Relaciones de equivalencia compatibles, Subgrupos normales, Nociones básicas de categorías, Grupos cíclicos, Grupos abelianos, Grupos simétrico y alternado, presentación por generadores y relaciones, longitud, Grupos clásicos de matrices, Grupos de simetrías de sólidos regulares, Grupos de auto morfismos, Grupos libres, Presentaciones de grupos, Estructura de grupos abelianos infinitamente generados, Producto semidirecto, Acción de un grupo en un conjunto y órbitas, p-grupos y teoremas de Sylow, Grupos solubles y nilpotentes, Representaciones de grupos. Extensiones de Grupos, Teorema de Jordan-Hölder. Homología de grupos.
2. **Anillos**: Definiciones, ejemplos y resultados básicos, Morfismos, Ideales, Anillos cociente, Divisores de cero, Elementos nilpotentes, Unidades. Elementos primos e irreducibles, Ideales primos, Ideales maximal, Radical de Jacobson, Dominios euclidianos, de ideales principales y de factorización única, Localización y cuerpo de fracciones, Álgebras, Anillos artinianos semi simples, Teorema de Wedderburn.
3. **Cuerpos o campos:** Cuerpo de los números racionales, cuerpo de los números reales, etc.

VI. MARCO METODOLÓGICO

Para el adecuado desarrollo del estudio es necesario tomar posición y comprender un enfoque específico para guiar el proceso de investigación. Por lo tanto, se consideró apropiado seleccionar el enfoque cuantitativo para analizar y evaluar las temáticas de difícil asimilación en la clase de Estructuras Algebraicas de la Carrera de Profesorado en Matemáticas. Puesto que, en el enfoque cuantitativo, “existe una realidad objetiva única y el mundo es concebido como externo al investigador y a su vez pretende “acotar” intencionalmente la información (medir con precisión las variables del estudio, tener “foco”)” (Hernández S., 2014, p. 10).

Esta investigación es de tipo exploratoria, se enfoca en examinar el contenido de difícil asimilación en la clase de Estructuras Algebraicas. El objetivo principal es obtener una comprensión inicial y profunda de los temas específicos que los estudiantes encuentran más difíciles de entender. Cabe destacar que este estudio no busca establecer relaciones causales ni generalizar los resultados a una población más amplia, proporcionando una base sólida para investigaciones futuras más rigurosas y focalizadas en este ámbito.

Es de tipo descriptivo porque se recopilarán datos cuantificables; el sexo, año de la carrera en el que se encuentran los estudiantes de la carrera de Profesorado en Matemáticas actualmente, aprobó el curso de Estructuras Algebraicas y entre otras. Para ser utilizados en un análisis estadístico con los estudiantes de la carrera de Profesorado de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán del CUR-SPS. la naturaleza de las variables será de expresión escrita.

En virtud de nuestra investigación que tiene como objetivo analizar las Temáticas de Difícil Asimilación en estudiantes del espacio pedagógico de Estructuras Algebraicas, basándonos en sus experiencias durante el proceso de aprendizaje, en la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán en CUR – SPS, hemos decidido utilizar un enfoque de diseño no experimental.

Es transeccional, porque solo se aplicará una encuesta en un único momento a los estudiantes de la Carrera de Profesorado en Matemáticas de la Universidad Nacional Pedagógica Francisco Morazán del CUR-SPS que han tomado el curso de Estructuras Algebraicas.

Población y muestra

Para desarrollar la investigación se tomó como población a 12 estudiantes de la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, CUR – SPS, que indicaron haber cursado el espacio pedagógico de Estructuras Algebraicas y dado que la misma es muy pequeña entonces se consideró la totalidad para el análisis.

Instrumento

El instrumento elegido para evaluar a los estudiantes de la carrera de Profesorado de Matemáticas en el Grado Licenciatura es una encuesta con escala Likert con valores de 1 a 5, donde 1 representa "muy en desacuerdo" y 5 "muy de acuerdo". Esta elección se basa en la necesidad de analizar en profundidad las temáticas de Estructuras Algebraicas, técnicas de demostración y el conocimiento previo que los estudiantes poseen sobre estos temas. La encuesta con escala Likert es una herramienta eficaz para recopilar datos cuantitativos y cualitativos al mismo tiempo, ya que permite a los encuestados expresar su nivel de acuerdo o desacuerdo con afirmaciones específicas. Los ítems utilizados fueron los que se presentan en la tabla 1.

Tabla 1. Ítems utilizados en la encuesta

Temáticas en Estructuras Algebraicas.	1	2	3	4	5
Domino el tema de operaciones binarias. (Teoría y operaciones de conjuntos, Relaciones de equivalencia y orden, Principios del buen orden, etc.).					
Domino el tema de teoría de grupos. (Propiedades, Subgrupos, Homomorfismo de grupos, Teorema de Lagrange, Grupos cíclicos, etc.).					
Domino el tema de teoría de anillos. (Propiedades, Anillos sin divisores de cero, Dominio, Ideales, etc.).					
Domino el tema de teoría de cuerpos o campos. (Cuerpo					

de los números racionales, cuerpo de los números reales, etc.).					
Técnicas de demostración utilizadas por los estudiantes.	1	2	3	4	5
Manejo la técnica de demostración directa.					
Manejo la técnica de demostración por contraejemplo.					
Domino la técnica de demostración por doble columna.					
Manejo la técnica de demostración por contradicción.					
Conocimientos adquiridos en clases anteriores.	1	2	3	4	5
Manejo temáticas sobre Teoría de Conjuntos de manera precisa y correcta. (Conceptos de conjuntos, Operaciones con conjuntos, Relaciones y funciones, etc.).					
Domino conocimientos en temáticas de Álgebra Básica. (Operaciones aritméticas fundamentales, Propiedades de los números reales, Expresiones algebraicas, Simplificación de ecuaciones y Sistemas de ecuaciones lineales, etc.).					
Manejo temáticas sobre Álgebra Lineal. (Vectores y matrices, Vectores en $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$, Espacios vectoriales, etc.).					
Domino conocimientos en temáticas de Cálculo Diferencial e Integral. (Límites, derivadas, integrales y sus aplicaciones básicas, etc.).					

Fuente: Elaboración propia

VII. RESULTADOS

La encuesta aplicada a los estudiantes de la Carrera de Profesorado en Matemáticas de la Universidad Nacional Pedagógica Francisco Morazán tuvo como objetivos identificar las temáticas que presentan mayores dificultades en el curso de Estructuras Algebraicas, caracterizar las técnicas de demostración empleadas y evaluar los conocimientos previos de los estudiantes. La muestra estuvo compuesta por estudiantes matriculados en el segundo periodo académico de 2023, quienes ya habían cursado el mencionado curso.

Los resultados revelan que un 56% de los estudiantes poseen un nivel óptimo en la comprensión de operaciones binarias, teoría de grupos, anillos y campos, sin diferencias notables en cuanto a sexo o edad. Las preguntas se distribuyeron en cuatro bloques de contenidos, enfocándose en la asimilación de estas temáticas fundamentales.

En cuanto al dominio de técnicas de demostración, el 58.2% de los estudiantes mostró un manejo adecuado de métodos como la demostración directa, la doble columna, la contradicción y el contraejemplo. Los bloques de contenido correspondientes se estructuraron alrededor de estos enfoques.

El mejor rendimiento se observó en el dominio de conocimientos previos, donde el 71% de los estudiantes demostró un sólido conocimiento en áreas como teoría de conjuntos, álgebra básica, álgebra lineal, y cálculo diferencial e integral. Este dominio se evaluó a través de preguntas específicas sobre estas temáticas.

Los indicadores principales se centraron en medir el nivel de comprensión en áreas clave como operaciones binarias, teoría de grupos, teoría de anillos y la teoría de campos.

Género de Participantes

Consideramos que al sexo femenino le asignamos 0 como indicador y al sexo masculino el 1 como indicador, obtenido los siguientes resultados: 36.4% de los encuestados eran de sexo femenino y 63.6% de sexo masculino.

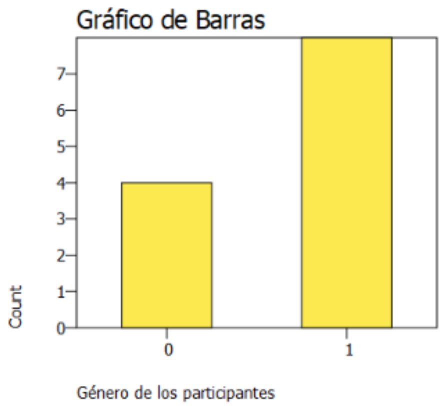

Ilustración 4. Género de los encuestados

Estadísticos por ítem

En cuanto al resultado obtenido en el primer ítem, el promedio obtenido es 3.27, a su vez el resultado de más frecuencia es 4 y la mediana observada es 4, por consiguiente, los estudiantes tienen dominio avanzado del primer ítem basado en las operaciones binarias.

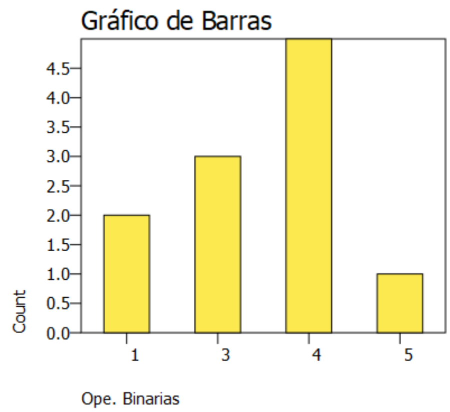

Ilustración 5. Pregunta 1

En cuanto al resultado obtenido en el segundo ítem, se observó que el promedio obtenido es 2.91, a su vez el resultado de más frecuencia es 4 y la mediana observada es 3, por consiguiente, los estudiantes tienen dominio avanzado del segundo ítem basado sobre las teorías de grupos.

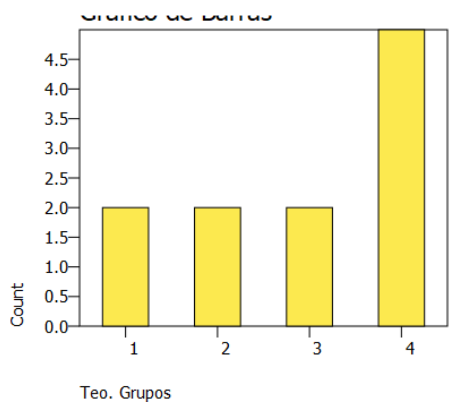

Ilustración 6. Pregunta 2

En cuanto al resultado obtenido en el tercer ítem se observa que el promedio obtenido es 2.73, a su vez el resultado de más frecuencia es 4 y la mediana observada es 3, por consiguiente, los estudiantes tienen dominio avanzado del tercer ítem basado sobre las teorías de anillos.

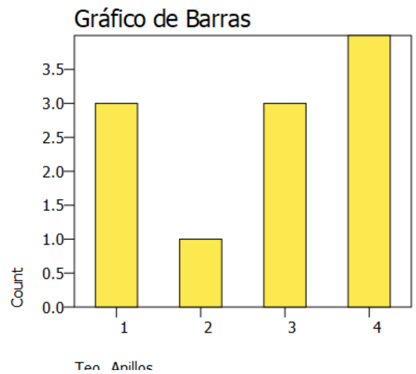

Ilustración 7. Pregunta 3

En cuanto al resultado obtenido en el cuarto ítem se observa que el promedio obtenido es 2.27, a su vez el resultado de más frecuencia es 2 y la mediana observada es 2, por consiguiente, los estudiantes tienen dominio elemental del cuarto ítem basado sobre las teorías de cuerpos y campos.

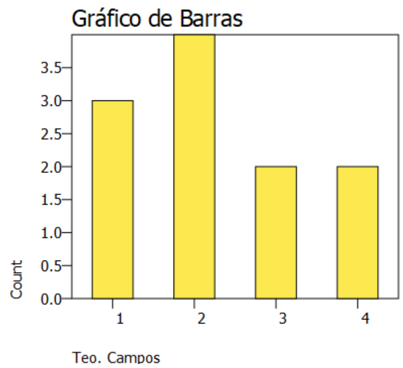

Ilustración 8. Pregunta 4

En cuanto al resultado obtenido en el quinto ítem se observa que el promedio obtenido es 2.64, a su vez el resultado de más frecuencia es 3 y la mediana observada es 3, por consiguiente, los estudiantes tienen dominio intermedio del quinto ítem basado en el dominio de la demostración directa.

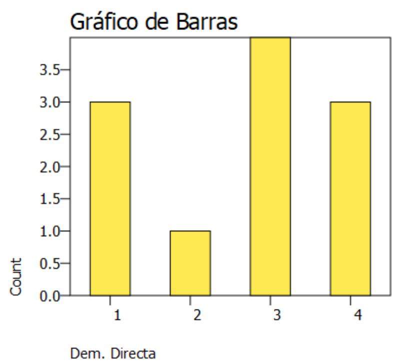

Ilustración 9. Pregunta 5

En cuanto al resultado obtenido en el sexto ítem se observa que el promedio obtenido es 2.64, a su vez el resultado de más frecuencia es 3 y la mediana observada es 3, por consiguiente, los estudiantes tienen dominio intermedio del sexto ítem basado en el dominio de la demostración por contraejemplo.

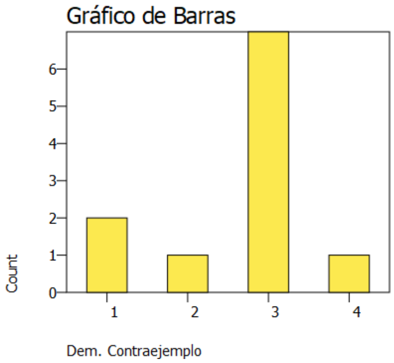

Ilustración 10. Pregunta 6

En cuanto al resultado obtenido en el séptimo ítem se observa que el promedio obtenido es 3, a su vez el resultado de más frecuencia es 3 y la mediana observada es 3, por consiguiente, los estudiantes tienen dominio intermedio del séptimo ítem basado en el dominio de la demostración por doble columna.

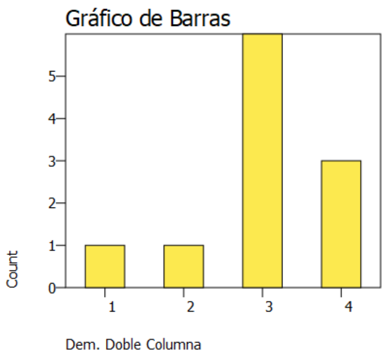

Ilustración 11. Pregunta 7

En cuanto al resultado obtenido en el octavo ítem se observa que el promedio obtenido es 3.36, a su vez el resultado de más frecuencia no se refleja y la mediana observada es 3, por consiguiente, los estudiantes tienen dominio entre intermedio y avanzado del octavo ítem basado en el dominio de la demostración por contradicción.

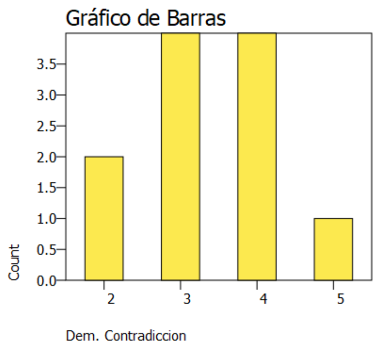

Ilustración 12. Pregunta 8

En cuanto al resultado obtenido en el noveno ítem se observa que el promedio obtenido es 3.27, a su vez el resultado de más frecuencia es 4 y la mediana observada es 4, por consiguiente, los estudiantes tienen dominio avanzado del noveno ítem basado sobre los conocimientos de teoría de conjuntos.

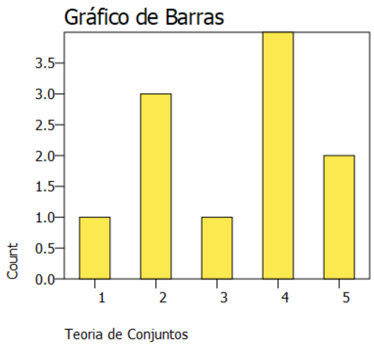

Ilustración 13. Pregunta 9

En cuanto al resultado obtenido en el décimo ítem se observa que el promedio obtenido es 4.09, a su vez el resultado de más frecuencia es 5 y la mediana observada es 5, por consiguiente, los estudiantes tienen dominio experto del décimo ítem basado sobre los conocimientos de álgebra básica.

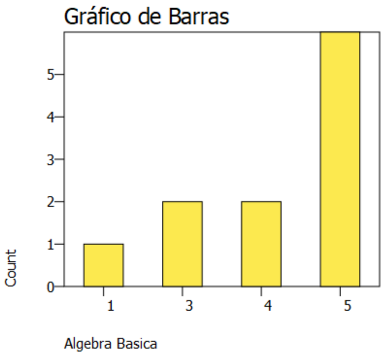

Ilustración 14. Pregunta 10

En cuanto al resultado obtenido en el undécimo ítem se observa que el promedio obtenido es 3.36, a su vez el resultado de más frecuencia es 4 y la mediana observada es 4, por consiguiente, los estudiantes tienen dominio avanzado del undécimo ítem basado sobre los conocimientos de álgebra lineal.

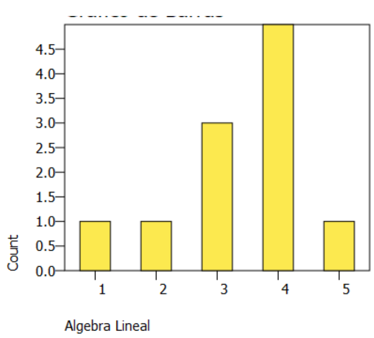

Ilustración 15. Pregunta 11

En cuanto al resultado obtenido en el duodécimo ítem se observa que el promedio obtenido es 3.45, a su vez el resultado de más frecuencia es 4 y la mediana observada es 4, por consiguiente, los estudiantes tienen dominio avanzado del duodécimo ítem basado sobre los conocimientos de cálculo diferencial e integral.

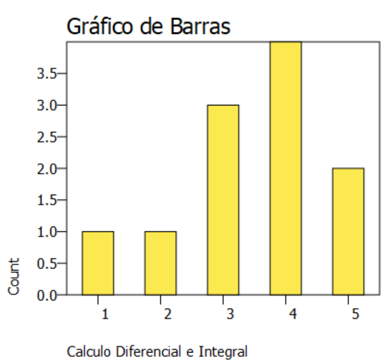

Ilustración 16. Pregunta 12

Análisis de correlación bivariados

Hipótesis Nula:

No hay relación entre el dominio de los temas del curso de Estructuras algebraicas y el dominio o uso preciso de técnicas de demostración.

Correlaciones

		b1	b2
b1	Correlación de Pearson	1.000	.806
	Sign. (2-colas)		.003
	N	11	11
b2	Correlación de Pearson	.806	1.000
	Sign. (2-colas)	.003	
	N	11	11

Ilustración 17. Correlación entre las temáticas difíciles de asimilar (b1) vs dominio o uso preciso de técnicas de demostración (b2)

Según el coeficiente de correlación de Pearson se logra apreciar que la correlación entre b1 y b2 es positiva considerable y la correlación es significativa ya que tiene un 99.7% de nivel de confianza y 0.3% de margen de error, considerando lo anterior se rechaza la hipótesis nula; por lo tanto, en el curso de estructuras algebraicas, los estudiantes a mayor será el uso preciso o dominio de técnicas de demostración (directa, contraejemplo, doble columna y contradicción), mayor será la comprensión de la teoría y aplicaciones de estructuras algebraicas como grupos, anillos, campos, y módulos.

Hipótesis Nula:

No hay relación entre el dominio de los temas de Estructuras Algebraicas y los conocimientos adquiridos en clases anteriores.

Correlaciones

		b1	b3
b1	Correlación de Pearson	1.000	.703
	Sign. (2-colas)		.016
	N	11	11
b3	Correlación de Pearson	.703	1.000
	Sign. (2-colas)	.016	
	N	11	11

Ilustración 18. Correlación entre las temáticas difíciles de asimilar (b1) vs conocimientos adquiridos en clases anteriores (b3)

Según el coeficiente de correlación de Pearson, se logra apreciar que la correlación entre b1 y b3 es positiva media y la correlación es significativa ya que tiene un 98.4% de nivel de confianza y 1.6% de margen de error, considerando lo anterior se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis de investigación, por lo tanto, en el curso de estructuras algebraicas la comprensión de la teoría y aplicaciones de estructuras algebraicas como grupos, anillos, campos, y módulos está relacionado con el uso preciso o dominio de técnicas de demostración (directa, contraejemplo, doble columna y contradicción) y un sólido manejo de Teoría de Conjuntos, Álgebra Básica, Álgebra Lineal y Cálculo Diferencial e Integral, y un adecuado manejo de definiciones, teoremas, postulados y axiomas.

VIII. CONCLUSIONES

En la investigación realizada se determinó que los estudiantes que han cursado la asignatura de Estructuras Algebraicas tienen un dominio considerable en temáticas como: Operaciones binarias, Teoría de grupos, de modo que, tendrán las herramientas fundamentales para resolver problemas matemáticos. Por otra parte, se observa que en cuanto al dominio en los temas de anillos y cuerpo es bajo.

Según los resultados obtenidos se logró apreciar que los estudiantes que han cursado la asignatura de Estructuras Algebraicas, la técnica de mejor manejo es la demostración directa y las de menor dominio es la de contraejemplo y doble columna. No obstante, en el dominio de demostraciones se evidenció que requieren fortalecer algunos estilos para demostrar propiedades matemáticas, como: la demostración por contraejemplo y doble columna, para lograr un mejor dominio en ambas.

Se puede establecer que los estudiantes que tienen un sólido dominio de Teoría de Conjuntos, Álgebra Básica, Álgebra Lineal y Cálculo Diferencial e Integral, y un adecuado manejo de definiciones, teoremas, postulados, axiomas y técnicas de demostración, están mejor preparados para abordar con éxito el curso de estructuras algebraicas, lo que se reflejará en un mejor desempeño académico y una mayor comprensión de los conceptos presentados.

Por lo tanto, se puede concluir que existía una base sólida en los conocimientos previos de los encuestados y, ello pudo influir en su rendimiento académico en el curso de Estructuras algebraicas, esto lo prueba la correlación realizada. Asimismo, se concluye que el dominio de las diferentes estrategias para demostrar propiedades matemáticas influye en el dominio de los contenidos de este curso.

BIBLIOGRAFIA

Aguirre de Cárcer, Í. (1983). Dificultades en la comprensión de las explicaciones de los libros de texto de física. *Enseñanza de las Ciencias*, *1*(2), 092-98.

Castro, C. S. (2002). Sobre conjeturas y demostraciones en la enseñanza de las matemáticas. In Investigación en educación matemática: Quinto Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, Almería, 18-21 septiembre 2001. (pp. 45-62). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM. (AÑADIDO ESQUEMAS DE DEMOSTRACIONES)

Cockcroft, W. H. (1985). *Las matemáticas sí cuentan: informe Cockcroft* (Vol. 20). Ministerio de Educación.

Esquinas Sancho, A. M. (2008). Dificultades de aprendizaje del lenguaje algebraico: del símbolo a la formalización algebraica: aplicación a la práctica docente.

Harel, G., & Sowder, L. (2007). Toward comprehensive perspectives on the learning and teaching of proof. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, *2*, 805-842.

Jaramillo Naranjo, Lilian Mercedes, & Puga Peña, Luis Alberto (2016). El pensamiento lógico-abstracto como sustento para potenciar los procesos cognitivos en la educación. Sophia, colección de Filosofía de la Educación, 21(2), pp. 31-55. (AÑADIDO A FORMAS DE PENSAR)

Kilpatrick, J., Gómez, P., Rico, L., y cols. (1998). Educación matemática. errores y dificultades de los estudiantes. resolución de problemas. Evaluación. historia. repositorio.uniandes.edu.co/flexpaper/handle/1992/40582/Educacion-matematica.pdf?sequence=2&isAllowed=y##page=20

Méndez Oyuela, D. F. Análisis de habilidades demostrativas que evidencian estudiantes de matemáticas de la UNAH.

PARRA, C. A. (1994). *Didáctica de las matemáticas*. Ministerio de Educación.

Penagos, M. (2021). Relaciones entre esquemas de demostración de teoremas y resolución de problemas. avances en la caracterización del pensamiento algebraico.

Pólya, G. (2004). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (Vol. 85). Princeton university press.

Riviere, A. (1990). Problemas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva cognitiva. *A. Dins Marchesi, Coll, C. i Palacios, J. (Comp.): Desarrollo psicológico y educación (Ed.)*, *3*, 155.

Schoenfeld, A. (1985). Mathematical Problem Solving. Florida, U.S.A: Academic Press Inc.

Tall, D. (Ed.). (1991). Advanced mathematical thinking (Vol. 11). Springer Science & Business Media.

UPNFM (2008). Plan de estudios de la carrera del profesorado de Matemáticas.

Urdiain, I. E. (2006). Matemáticas resolución de problemas. *Navarra: Fondo de publicaciones del gobierno de Navarra*.