XXIII Olimpiada Hondureña de Matemáticas

Nivel Básico

El Progreso, Yoro

Código: ____________________

Problema 1. ¿Cuántos números de tres dígitos cumplen que la suma de dos dígitos es igual a 7 veces el tercer dígito?.

Problema 2. Un lago grande contiene 50 islas, numeradas del 2 al 51. Dos islas están conectadas por un puente si y solo si uno de sus números divide al otro. ¿Cuántas islas hay con un solo puente?.

Problema 3. Sea ABC un triángulo acutángulo y H el pie de la altura desde B. Si se cumple que $\angle CAB = 2\angle BCA$, $BH = 4$ y $AC = 11$. Calcular el área del triángulo BHC.

Problema 4. Para cada entero positivo n, sea $S(n)$ la suma de los dígitos de n. Por ejemplo $S(23) = 5$ y $S(2003) = 5$. Hallar todos los enteros positivos n que satisfacen la ecuación

$$n = 23S(n) + 2025.$$

Problema 5. Encontrar todas las tripletas de enteros (a, b, c) tales que se cumple la ecuación

$$8a^2c + b^2 + 8c - a^2 - 8b^2c = 2025.$$

Duración: 4 horas y 30 minutos.

.

XXIII Olimpiada Hondureña de Matemáticas

Nivel Medio

El Progreso, Yoro

Código: ____________________

Problema 1. Un lago grande contiene 50 islas, numeradas del 2 al 51. Dos islas están conectadas por un puente si y solo si uno de los números divide al otro. Para cada isla, el distrito correspondiente comprende la isla misma y todas las islas a las que se puede llegar desde ella a través de cualquier número de puentes. ¿Cuántos distritos hay?.

Problema 2. Sea n un número natural con 4 dígitos diferentes y no nulos. Sea $P(n)$ es producto de sus dígitos. Por ejemplo $P(1234) = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$. Encuentre el mayor valor posible de $n - P(n)$.

Problema 3. Determine todas las tripletas (x, y, p) de enteros positivos tal que p es un número primo y satisfacen las ecuaciones

$$\begin{cases} x^2 = 16p + 1 \\ y^2 = 23p^2 + 1 \end{cases}$$

Problema 4. Sea $ABCD$ un paralelogramo y M la intersección de las diagonales. El circuncírculo de $\triangle ABM$ intersecta el segmento de línea AD en $E \neq A$ y el circuncírculo de $\triangle EMD$ intersecta el segmento de línea BE en el punto $F \neq E$. Demuestre que $\angle ACB = \angle DCF$.

Problema 5. Sea $a_1, a_2, a_3, \cdots$ una sucesión de números reales tal que $a_1 = 1$, $a_2 = 2025$ y

$$a_{n+2} = a_{n+1} + n^2 a_n$$

para cualquier entero positivo n. Encuentre el menor entero mayor que $\dfrac{a_{2024}}{a_{2023}}$.

Duración: 4 horas y 30 minutos.

.