UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL FRANCISCO MORAZÁN
EDUCAR PARA TRANSFORMAR
HONDURAS 1956

CIENCIAS MATEMÁTICAS
CONOCIMIENTOS CAMBIOS
UPNFM

COMPENDIO MATEMÁTICO III PAC 2025

SECCIÓN ACADÉMICA DE CIENCIAS MATEMÁTICAS
UPNFM-CURSPS

Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán

Centro Universitario Regional de San Pedro Sula

Dra. Lexy Concepción Medina

Rectora

Dra. Ana Melissa Merlo Romero

Vicerrectoría Académica

M. Sc. Jaime Leonel García

Director UPNFM CURSPS

M. Sc. Mario Roberto Canales

Jefe Sección Académica de Ciencias Matemáticas UPNFM CURSPS

Editor:

M. Sc. Víctor Adolfo Cárdenas Pérez

Compendio Matemático III PAC 2025

Sección Académica de Ciencias Matemáticas

UPNFM – CURSPS

Introducción

El ***Compendio Matemático III PAC 2025*** constituye una recopilación académica elaborada por estudiantes de la carrera de Matemáticas del Centro Universitario Regional de San Pedro Sula (UPNFM–CURSPS), como producto del trabajo desarrollado en los espacios formativos de Historia y Naturaleza de la Matemática y Seminario de Tópicos de Matemáticas del tercer período académico del 2025.

Este compendio reúne cinco ensayos derivados de las Conferencias Magistrales de Matemáticas, desarrolladas el ***12 de noviembre de 2025***, donde los estudiantes expusieron temas históricos y contemporáneos de gran relevancia para el pensamiento matemático. Durante la actividad fueron presentadas cinco conferencias magistrales, abordando tópicos especiales que permitieron profundizar en el desarrollo del cálculo, los aportes de los discípulos de Newton y Leibniz, la época de Euler, la teoría de juegos y la teoría del caos.

El presente compendio busca dejar constancia del esfuerzo investigativo y expositivo de los estudiantes, así como motivar futuras iniciativas que integren investigación, docencia y divulgación matemática dentro del marco académico de la UPNFM–CURSPS.

Espacios pedagógicos

1. Historia y naturaleza de la matemática
   Catedrático: Geovanni Javier Andino Sevilla.

2. Seminario de Tópicos de Matemáticas
   Catedrático: Víctor Adolfo Cárdenas Pérez

Contenido del compendio

Dos Genios, Una Invención: El nacimiento del Cálculo

Mirna Dolores Bonilla Donaire

mdbonilla@eupnfm.edu.hn

Roberto Antonio Zelaya Triminio

rzelayat@upnfm.edu.hn

Durante el desarrollo y progreso de la historia de la matemática, ha habido muchas figuras que han sido clave en el progreso de la matemática como disciplina. Desde antiguas figuras griegas, como Pitágoras, Euclides o Arquímedes, como figuras pertenecientes a otras civilizaciones, como Al Jwarizmi, Brahmagupta, etc. Es irrefutable conceder que el desarrollo de la matemática como la conocemos es en gran parte al pensamiento y aportes de figuras como estas.

Sin embargo, existen dos figuras bastante significativas al desarrollo final de la matemática como disciplina, cuyos aportes en el área son probablemente inmensurables, en especial en lo que al área del cálculo diferencial e integral se relaciona. Estas dos personas son los matemáticos Isaac Newton y Gottfried Leibniz. Es interesante el pensar en cómo dos figuras tan antagónicas en su periodo pudieron coagular sus aportes de manera tan importante para el progreso matemático, cosa que podría, en retrospectiva, molestar a ambos grandemente. Sin embargo, para los matemáticos como nosotros que nos encontramos en la periferia, la existencia de estas dos figuras en la misma época pudiera considerarse o una increíble coincidencia o un increíble milagro.

1. Newton

Empezando por Newton, podemos considerarlo como una figura que tal vez solo aparece una vez en la historia. Primero, cabe recalcar que sus aportes principales vienen no en el área matemática, sino en la física. Siendo primeramente conocido por sus leyes universales de movimiento y gravedad. Sus influencias yacen en grandes pensadores como Galileo, Fermat, Euclides y Huygens, con los cuales pudo familiarizarse durante su periodo de estudio en el Trinity College. Es, bajo la influencia de estos pensadores y bajo la tutela de su maestro Isaac Barrow, que Newton sentó las bases que lo llevarían a sus descubrimientos. Durante estos años descubre la ley del inverso del cuadrado, la ley de la gravitación, el desarrollo de su método de fluxiones y la generalización del teorema del binomio.

De estos, cabe destacar:

- La Ley de la gravedad: La cual llevaría a comprender el movimiento de los astros en el universo, y la cual será la base de la comprensión del universo, las conclusiones eventualmente adquiridas por científicos como Einstein, permitirá al ser humano liberarse de las ataduras de nuestro planeta y le permitirá conquistar el espacio.

- El teorema del binomio: El cual fue el principio fundamental del algebra, que describe la expansión de las potencias de binomios. Su generalización permitió una aplicación más universal, lo cual permitió presentar cálculos algebraicos básicos a una mayor población, dando acceso a conocimientos matemáticos a más personas.

- El método de fluxiones: El cual muestra la representación de una cantidad variable (fluida) y la tasa de cambio de dicha variable. Esto sentó las bases para el cálculo diferencial y además, estableció la relación entre las diferenciales y la velocidad, aceleración y desplazamiento de manera temprana.

Resulta increíble pensar como, estos aportes que cambiaron la dirección de la matemática y la ciencia pudieron nunca haber pasado, debido a la renuencia de Newton de publicar sus descubrimientos. Podemos entonces decir, que el mismo nivel de gratitud brindado a Newton se puede brindar a su amigo Halley, sin el cual, los descubrimientos de una de las mentes más brillantes de la historia humana pudieron haberse perdido en los anheles de la historia.

Al final, Newton recompenso a la matemática y ciencia con su mayor atención y esmero, y es sino hasta el final de su vida donde se alejó de las disciplinas que le brindarían su fama post mortem para dedicarse a sus estudios religiosos. Aun con esto, es imposible medir el impacto que este hombre tuvo en las ciencias y matemáticas, y no es exageración decir, que mucho de lo que conocemos en estas áreas en la actualidad es una deuda humana adquirida con él.

2. Leibniz

Uno de los datos interesantes respecto a Leibniz fue el hecho que él no fue un matemático por vocación, sino un filósofo que encontró intriga y curiosidad en las matemáticas, siendo un autodidacta que logro dejar una marca imborrable en la disciplina.

Igual que Newton, fue gracias a la influencia de alguien más, que Leibniz logro sentar las bases a lo que luego sería sus mayores descubrimientos Fue Huygens, que, notando su talento, pero, asimismo, su ignorancia en matemática, el que lo incito a adentrarse en las matemáticas, asistiendo a lecturas y a emprender seriamente el estudio de las matemáticas. Es durante este periodo que podemos sentirnos íntimamente identificados con Leibniz, ya que, durante su comienzo, encontró el estudio de obras formales matemáticas bastante difícil y confuso. Sin embargo, con la guianza de Huygens, pudo comprender las complejidades de los temas.

Es durante este periodo, donde una de las coincidencias y causas de conflictos entre intelectuales mas grandes ocurre. Leibniz, en su obra Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangetibus, qua nec irrationales quantitates moratur presenta las reglas generales de diferenciación e integración, alcanzando a publicarlo antes de Newton, pero aun así siendo acusado de plagio y estableciendo una rivalidad y enemistad entre ambos. Mas adelante, en su siguiente obra, expone las reglas fundamentales del cálculo integral.

Aunque ambos trabajaron el cálculo diferencial, lo hicieron desde ámbitos distintos. Newton vio el cálculo de una manera más física, relacionándolo con el cambio de una variable con respecto al tiempo, mientras que Leibniz lo vio más desde el punto de las series infinitas, que le permitió calcular el área debajo de curvas. Asimismo, su proyecto principal era la de la creación de un lenguaje simbólico universal que representara todos los razonamientos humanos por medio de signos y reglas lógicas, removiendo las disputas filosóficas y las ambigüedades de lenguaje en las comprobaciones.

Aunque es lamentable que, en sus últimos años, el gran matemático se viera relegado a la oscuridad debido a la controversia con Newton, la historia al final le daría el honor que se merecía, siendo la simbología y aplicación del cálculo utilizada universalmente la de Leibniz y no la de Newton. Al final, aunque la interacción entre estas dos grandes figuras de la matemática se vea marcada por especulaciones, calumnias, malentendidos y rivalidades, y a pesar de la intención de las personas de la época de encontrar a una figura maléfica entre dos de los mas grandes pensadores de la historia, es tal vez debido a la rivalidad entre estas dos figuras que las matemáticas pudo avanzar de manera tan significativa durante este periodo de tiempo.

Asimismo, ambos inspiraron a los matemáticos futuros, volviéndose modelos de la capacidad humana para descubrir lo que pareciera indescifrable. Newton famosamente dijo "Si he visto más lejos, es poniéndome sobre los hombros de Gigantes" (Newton, 1675) sin saber que el eventualmente se convertiría en uno de los gigantes en los cuales matemáticos se apoyarían en el futuro. Solo podemos imaginar, con la animosidad presente entre estas dos figuras tan destacadas, que hubiera podido pasar si pudieran haber dejado de lado sus diferencias para el bien común. O tal vez, como las palabras de Kurt Vonnegut (1998) «De todas las palabras de ratones y hombres, las más tristes son: "Pudo haber sido"».

Referencias

Einstein, A. (1940). Considerations Concerning the Fundaments of Theoretical Physics. Science, 91(2369), 487-492. https://doi.org/10.1126/science.91.2369.487

Collette, J. (1985). Historia de las matemáticas. México, D.F. : Siglo Veintiuno Editores.

Friedberg, Stephen H. "Applications of the Binomial Theorem." International Journal of Mathematical Education in Science and Technology 29, no. 3 (1998).

Newton, I. (2003). Análisis de cantidades mediante series, fluxiones y diferencias, con una enumeración de las líneas de tercer orden.

Newton, Isaac. «Letter from Sir Isaac Newton to Robert Hooke». Historical Society of Pennsylvania. Consultado el 7 de junio de 2018.

Vonnegut, K. (1998). Cat's Cradle: A Novel. Dial Press Trade Paperback.

Los discípulos de Leibniz y Newton y las primeras dificultades del análisis

Pablo Arnulfo Alvarado Venegas
Luis Antonio Pacheco Soler
Guillermo Alexis Padilla Aguilar

Introducción

Primeramente, el trabajo publicado por Leibniz sobre el cálculo diferencial paso desapercibido hasta que los hermanos Bernoulli dieron a conocer el cálculo de Leibniz. El desarrollo del cálculo no solo fue obra producto solo de Newton y Leibniz, sino también de los discípulos de ambos como lo podemos ver en el desarrollo de este capítulo del libro de Jean-Paul Collette.

Como podemos ver existieron aportes de diferentes discípulos de Newton y Leibniz entre los cuales podemos mencionar a la familia Bernoulli, el marqués de L'Hospital, Cotes, Stirling, Maclaurin, Taylor, Abraham de Moivre, y algunos otros más.

a. Los Bernoulli

La familia Bernoulli, originaria de Amberes, fue una de las numerosas familias protestantes obligadas a dejar los Países Bajos en 1583 para escapar de la persecución religiosa española (Collette, 2000). Familia de matemáticos y científicos suizos en la que sobresalieron Jakob Bernoulli (Basilea, Suiza, 1654 - 1705), Johann Bernoulli (Basilea, 1667 - 1748) y Daniel Bernoulli (Groninga, Holanda, 1700 - Basilea, 1782) (vida, s.f.). En gran medida a ellos podemos atribuir que se debe la difusión del cálculo en el continente europeo.

b. Johann Bernoulli (1667-1748)

Realizo estudios astronomía y matemáticas pese a la oposición de padre, recibió clases privadas con Boyle y Hooke, se interesó por mantener contacto con Leibniz a pesar de la respuesta muy tardía de este. La obra pionera de Jakob Bernoulli Ars Conjectandi (publicada póstumamente en 1713; «El arte de conjeturar») contenía muchos de sus conceptos más brillantes (Britannica, 2025). El también resolvió el problema de la línea isócrona propuesta por Leibniz.

c. Sobre las series infinitas

Las series infinitas fueron desarrolladas por Jakob Bernoulli, entre las series infinitas podemos mencionar la serie armónica entre otras, Jakob Bernoulli nos dice que su hermano Johann fue quien demostró la divergencia de esta serie. Las series infinitas tienen aplicación en muchos campos entre los cuales podemos mencionar la ingeniería, física, informática y finanzas.

d. Johann Bernoulli (1667-1748)

Fue todavía más prolífico que su hermano en el campo de las Matemáticas, y difundió el Cálculo en Europa. Sus estudios abarcan la Física, la Química y la Astronomía, aparte de las Matemáticas (Wikepedia, s.f.).

e. Guillaume François de L'Hospital (1661-1704)

El logro más conocido atribuido a su nombre es el descubrimiento de la Regla de L'Hôspital, que se emplea para calcular el valor límite de una fracción donde numerador y denominador tienden a cero o ambos tienden a infinito (Homotecia, s.f.).

f. Nikolaus Bernoulli (1695-1726)

Autor de la paradoja de San Petersburgo y realizo un estudio sobre la geometría de curvas.

g. Daniel Bernoulli (1700-1782)

Autor de la famosa ecuación de Bernoulli muy útil en la dinámica de fluidos, hijo de Jhoann, quien lo quiso obligar a estudiar comercio a lo que él se negó.

h. Abraham De Moivre (1667-1754)

Matemático británico de origen francés, Abraham de Moivre nació en Vitry-le-François, Champagne, Francia el 26 de mayo de 1667 y murió en Londres el 27 de noviembre de 1754 (Granada, s.f.). Hizo aportes en las probabilidades y también en la trigonometría

i. Roger Cotes (1682-1716)

Matemático y físico inglés, conocido por trabajar en estrecha colaboración con Isaac Newton. Inventó las conocidas fórmulas de Newton-Cotes y presentó por primera vez lo que hoy se conoce como la fórmula de Euler (Ecured, s.f.).

j. James Stirling (1692-1770)

Reduce la ecuación de segundo grado a la forma canónica. Se encuentran también en su obra numerosas gráficas de curvas de la ecuación cuadrática general, de la cúbica, de las funciones polinómicas bicuadráticas, con o sin raíz imaginaria (Collette, 2000).

k. Colin Maclaurin (1698-1746)

Discípulo de Newton, Maclaurin se sirve del rigor en las demostraciones de la antigüedad como modelo, y utiliza plenamente demostraciones geométricas sintéticas para presentar el cálculo (Collette, 2000).

l. Gabriel Cramer (1704-1752)

Autor de la famosa regla de Cramer para resolver sistemas de ecuaciones mediante determinantes. Las mayores contribuciones de Cramer al conocimiento surgieron de su apoyo a otros contemporáneos talentosos, en particular de su labor como editor de sus escritos (Encyclopedia, s.f.).

m. Brook Taylor (1685-1731)

Añade una nueva rama de las matemáticas que ahora se llama el "cálculo de diferencias finitas, inventó la integración por partes, y descubrió la famosa fórmula conocida como la expansión de Taylor (Rtve, 2010). La serie de Taylor se define como una expansión en serie de una función en una suma infinita de términos, que aproxima funciones complejas al tiempo que proporciona estimaciones cuantitativas del error de aproximación (Sciencedirect, s.f.)

Conclusión

Los discípulos de Leibniz y Newton desempeñaron un papel fundamental en la consolidación del análisis. La obra de Jakob y Johann Bernoulli, L'Hospital, De Moivre, Cotes, Stirling y Maclaurin permitió transformar un conjunto de técnicas novedosas en un cuerpo más robusto de conocimientos matemáticos. El periodo estudiado por Collette ilustra la transición entre la intuición creativa y el rigor formal, un proceso indispensable para el desarrollo de la matemática moderna.

Referencias

Britannica. (12 de Agosto de 2025). *Britannica*. Obtenido de https://www.britannica.com/biography/Jakob-Bernoulli

Collette, J.-P. (2000). *Historia de las matemáticas.* México D.F.: Siglo ventiuno editores.

Ecured. (s.f.). *Ecured*. Obtenido de https://www.ecured.cu/Roger_Cotes

Encyclopedia. (s.f.). *Encyclopedia*. Obtenido de https://www.encyclopedia.com/science/encyclopedias-almanacs-transcripts-and-maps/gabriel-cramer

Granada, U. d. (s.f.). Obtenido de https://www.ugr.es/~eaznar/moivre.htm

Homotecia. (s.f.). *Homotecia*. Obtenido de https://servicio.bc.uc.edu.ve/homotecia/2009/6-2009.pdf

Rtve. (1 de Marzo de 2010). *Retve*. Obtenido de https://www.rtve.es/noticias/20100301/matematicas-brook-taylor/321400.shtml

Sciencedirect. (s.f.). *Sciencedirect*. Obtenido de https://www.sciencedirect.com/topics/engineering/taylor-series

vida, B. y. (s.f.). *Bibliografías y vida*. Obtenido de https://www.biografiasyvidas.com/biografia/b/bernoulli.htm

Wikepedia. (s.f.). *Wikipedia*. Obtenido de https://es.wikipedia.org/wiki/Johann_Bernoulli

La Época de Euler: El surgimiento del pensamiento matemático moderno

Jorge Enrique Guandique Banegas

jeguandiqueb@e.upnfm.edu.hn

Elsa Melissa Morales

emmorales@e.upnfm.edu.hn

Introducción

El siglo XVIII marcó una de las etapas más brillantes en la historia de las matemáticas. En el centro de este periodo se encuentra Leonhard Euler (1707–1783), considerado uno de los matemáticos más productivos y profundos de todos los tiempos. La llamada *época de Euler* no sólo representa el florecimiento del pensamiento analítico y del rigor en el cálculo, sino también el momento en que las matemáticas se consolidaron como una ciencia autónoma y universal.

Este ensayo tiene como propósito analizar el contexto histórico, los aportes más relevantes y la trascendencia de la obra de Euler, así como reflexionar sobre su influencia en el pensamiento matemático moderno. La tesis que se defiende es que Euler transformó las matemáticas en un lenguaje universal del conocimiento científico, estableciendo los fundamentos simbólicos y conceptuales de la ciencia moderna.

- **Contexto histórico de la época de Euler**

El siglo XVIII fue un periodo de esplendor para las ciencias exactas, marcado por el legado de Newton y Leibniz, pero también por la necesidad de organizar, unificar y expandir los conocimientos matemáticos heredados. En este contexto surge Leonhard Euler (1707–1783), quien transformó la práctica matemática al dotarla de un nuevo nivel de claridad, rigor y amplitud. Euler vivió en un tiempo de intensas transformaciones intelectuales, conocido como la Ilustración, donde el conocimiento racional se convirtió en el motor del progreso humano. Tal como señala Collette (1984), "la obra de Euler representa la madurez de las matemáticas modernas y la consolidación de su lenguaje universal" (p. 186).

La vida académica de Euler se desarrolló principalmente en las academias de San Petersburgo y Berlín, donde produjo más de 800 publicaciones que abarcaron campos tan diversos como la teoría de números, la geometría, el cálculo, la mecánica y la astronomía. Su capacidad de trabajo fue tan extraordinaria que continuó escribiendo incluso después de haber perdido la vista. Según Collette (1984), "la fecundidad de su producción científica no tiene paralelo en la historia" (p. 187).

Euler fue discípulo de Johann Bernoulli, quien influyó profundamente en su formación. Sin embargo, su genio creativo superó a sus predecesores al introducir un estilo de pensamiento más analítico y simbólico. La Academia de San Petersburgo, fundada por Catalina I de Rusia, se convirtió en un espacio clave para el desarrollo de la ciencia moderna, y allí Euler encontró un ambiente propicio para investigar libremente. Más tarde, en Berlín, bajo el patrocinio de Federico II, escribió sus obras más influyentes, entre ellas Introductio in analysin infinitorum (1748) y Institutiones calculi differentialis (1755). Estas obras establecieron los fundamentos del análisis matemático moderno.

- **Las notaciones y el lenguaje de Euler**

Uno de los aportes más significativos de Euler fue la formalización del lenguaje matemático. Su sistema de notación permitió una comunicación científica precisa y universal. Introdujo símbolos que hoy son indispensables: $f(x)$ para representar funciones, e como base de los logaritmos naturales, iii para la unidad imaginaria y π para la razón entre la circunferencia y su diámetro. De acuerdo con Collette (1984), "con Euler, la matemática adquiere un alfabeto propio y un estilo de escritura que permite expresar ideas abstractas con una claridad antes impensable" (p. 192).

El impacto de estas innovaciones fue inmenso. El uso de notaciones estandarizadas permitió simplificar los cálculos y formular nuevas teorías. Antes de Euler, los matemáticos utilizaban notaciones poco uniformes, lo que dificultaba la comprensión mutua. Con su aporte, la matemática se convirtió en un lenguaje simbólico coherente, capaz de describir tanto las leyes de la naturaleza como las estructuras del pensamiento abstracto. Como señala Boyer (1991), *"Euler hizo por las matemáticas lo que Newton había hecho por la física: darles un lenguaje definitivo"* (p. 214).

Además, Euler fue pionero en el concepto de función como una relación entre variables independiente de su expresión algebraica. Esta idea amplió enormemente el alcance del análisis matemático y sentó las bases para el desarrollo posterior del cálculo y la física matemática. En palabras de Cajori (1993), "el concepto de función en Euler es la llave que abre la puerta al análisis infinitesimal moderno" (p. 302).

- **Fundamentos del cálculo y teoría de números**

El siglo XVIII fue también el escenario donde el cálculo diferencial e integral alcanzó su madurez. Euler heredó los métodos de Newton y Leibniz, pero los dotó de un nuevo rigor y de una extraordinaria capacidad de aplicación. En su Introductio in analysin infinitorum, definió la función exponencial, el logaritmo y las series infinitas con precisión. En ella se encuentra su famosa fórmula de Euler, $e^{ix} = cos\ x + i\ sen\ x$, que une tres áreas fundamentales: el álgebra, la geometría y el análisis. Según Collette (1984), "ninguna otra ecuación resume con tanta elegancia la unidad de las matemáticas" (p. 195).

En el campo de la teoría de números, Euler amplió el trabajo de Fermat, demostrando teoremas fundamentales y estableciendo propiedades generales de los números primos. Introdujo la función φ de Euler, que cuenta los enteros menores que un número dado y coprimos con él, y demostró la fórmula: $a^{\varphi(n)} \equiv 1\ mod\ (n)$ Esta función sigue siendo esencial en la criptografía moderna. Como observa Dickson (1952), "el genio de Euler consistió en dar vida nueva a los problemas clásicos con métodos originales, abriendo caminos que Gauss seguiría un siglo después" (p. 78).

Asimismo, Euler estableció relaciones entre las series numéricas y las funciones trigonométricas, hallando resultados como la famosa igualdad: $1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \ldots = \frac{\pi^2}{6}$

Este descubrimiento, que él llamó la suma de los inversos de los cuadrados, fue uno de los logros más elegantes del análisis del siglo XVIII. Tal como expresa Collette (1984), "en los cálculos de Euler la belleza y el rigor se confunden con la intuición creadora" (p. 198).

- **Contribuciones interdisciplinarias y filosóficas**

Además de su obra estrictamente matemática, Euler realizó avances notables en mecánica, óptica, astronomía y música. Formuló las ecuaciones diferenciales del movimiento de un fluido, sentando las bases de la hidrodinámica. También contribuyó al estudio de la elasticidad y el movimiento de los cuerpos rígidos. En astronomía, sus trabajos sobre la órbita de los planetas fueron esenciales para la mecánica celeste. Según Collette (1984), "Euler extendió el poder del cálculo al estudio del movimiento y con ello dio a la física un lenguaje universal" (p. 202).

En su faceta filosófica y pedagógica, Euler veía las matemáticas como una forma de comprender la armonía del universo. Defendió que la razón humana, iluminada por las matemáticas, podía descubrir el orden divino de la creación. Este pensamiento se refleja en sus Cartas a una princesa de Alemania, donde explica con claridad temas científicos y filosóficos. Según Eves (1997), "Euler fue no solo un sabio, sino un maestro del pensamiento; enseñó a razonar y a admirar la perfección de las leyes naturales" (p. 276).

El impacto de su legado llega hasta nuestros días. Su visión unificadora anticipó la interdisciplinariedad de la ciencia moderna y el papel del lenguaje matemático como eje del conocimiento. En palabras de Collette (1984), *"la época de Euler no solo es un periodo histórico, sino un modelo permanente de pensamiento científico"* (p. 210).

- **Reflexión crítica**

La época de Euler representa un punto de inflexión en la historia de las matemáticas: la transición entre la era de los descubrimientos intuitivos y la de la formalización sistemática. Su capacidad para integrar diversas ramas del saber anticipó la visión interdisciplinaria que hoy domina las ciencias exactas.

En el contexto educativo actual, el legado de Euler tiene una resonancia especial. Su método de enseñanza, basado en la claridad, la demostración y la comunicación del pensamiento, inspira las pedagogías contemporáneas que promueven la comprensión conceptual sobre la memorización mecánica.

Euler demuestra que la creatividad y el razonamiento lógico no están reñidos, sino que se complementan. En una era dominada por la tecnología, su ejemplo recuerda que el pensamiento matemático sigue siendo la base del progreso humano.

- **Conclusiones**

Leonhard Euler fue el arquitecto de la matemática moderna. Su trabajo dio unidad, claridad y profundidad a la ciencia de los números y de las formas. La época de Euler no sólo simboliza el triunfo del razonamiento matemático, sino también la consolidación de la ciencia como lenguaje universal de la humanidad.

En síntesis, su legado trasciende los siglos porque encarna los valores esenciales del pensamiento científico: rigor, creatividad, curiosidad y fe en la razón. Las matemáticas, tal como las concebimos hoy, no pueden comprenderse sin el genio y la visión de Leonhard Euler.

Referencias bibliográficas

Collete, J.P. (200). *Historia de las matemáticas*. Siglo XXI Editores, S.A. de C. V. 186 - 224.

La Teoría de Juegos: Un análisis de la toma de decisiones estratégicas

Joselyn Roxana Perdomo Medina

Jrperdomom@e.upnfm.edu.hn

Guillermo Alexis Padilla Aguilar

padillaguillermoalexis@gmail.com

Skarleth Teresa Carballo Cruz

stcarbaññpc@upnfm.edu.hn

Introducción

La vida humana está llena de decisiones, las cuales dependen no solo de lo que uno realice, sino también de las acciones de los demás. Desde situaciones tan simples como elegir un lugar donde comer, hasta decisiones tan complejas como planificar una política económica o diseñar estrategias empresariales, las interacciones entre personas o grupos están marcadas por la interdependencia. En ese escenario, la Teoría de Juegos se considera un instrumento esencial para comprender el comportamiento racional en situaciones en las que las tomas de decisiones individuales influyen en los resultados colectivos.

Sobre la teoría de juegos

La teoría de juegos puede definirse como "el estudio de modelos matemáticos que describen el conflicto y la cooperación entre entes inteligentes que toman decisiones" (Fernández Rodríguez, 2005, p. 1). Su objetivo es analizar, mediante el razonamiento lógico y matemático, cómo los individuos o instituciones eligen estrategias óptimas cuando sus intereses están en conflicto o requieren coordinación. El primer resultado de la teoría de juegos fue el teorema del minimax de John von Neumann, que se aplica solamente a juegos como el de las monedas, en los cuales los jugadores se definen como enemigos implacables. (Binmore, 1994, p. 15).

Desde sus inicios, la Teoría de Juegos ha demostrado ser una de las herramientas más versátiles de la ciencia moderna. Surge a mediados del siglo XX con los trabajos de John von Neumann y Oskar Morgenstern, quienes en 1944 publicaron *Theory of Games and Economic Behavior*, texto que estableció los fundamentos para el estudio matemático de la interacción estratégica, donde años después, John Nash desarrolló el concepto de equilibrio que lleva su nombre, el cual permitió comprender cómo los jugadores lograban resultados estables sin tener que colaborar directamente. Este aporte fue tan significativo que le valió el Premio Nobel de Economía en 1994.

Aunque el término "juego" se suele asociar con actividades recreativas o de azar, en este contexto tiene un significado más profundo: es la representación formal de cualquier circunstancia en la que hay participantes racionales con metas interdependientes. Para que un juego esté completamente definido, debe contar con jugadores, estrategias, información, pagos o recompensas y equilibrios. Fernández Rodríguez (2005) señala que "los jugadores son entes decidores que se consideran racionales, no necesariamente humanos" (p. 2). Esto amplía el campo de aplicación a empresas, sistemas informáticos o incluso comportamientos biológicos.

Existen distintos tipos de juegos: de suma cero, de suma no cero, cooperativos y no cooperativos. En los primeros, el beneficio de un jugador implica la pérdida de otro; en los segundos, las estrategias pueden conducir a beneficios mutuos. Por tanto, el análisis de los incentivos y la información disponible se vuelve esencial para comprender los resultados posibles. "Sin embargo, esta teoría no es capaz de solucionar todos los problemas del mundo, porque sólo funciona cuando los individuos juegan racionalmente" (Binmore, 1994, p10).

La Teoría de Juegos ha sido aplicada en economía, política, biología, psicología y sociología. "Su aplicación en diversos campos ha permitido obtener valiosos insights y desarrollar estrategias efectivas en escenarios donde la interacción y la toma de decisiones conjunta son cruciales" (Molina Bustos, 2025, p. 4). Por ejemplo, en la economía se usa para analizar mercados oligopólicos; en la biología, para explicar estrategias evolutivas; y en la política, para modelar negociaciones internacionales.

Sin embargo, su aplicación práctica presenta dificultades. Según Molina Bustos (2025), aunque sus modelos permiten representar la racionalidad, "su uso y validación pueden resultar difíciles, ya que tienden a ajustarse a contextos particulares" (p. 5). Esto limita su capacidad para generar conclusiones universales, pero no resta valor a su poder analítico.

La Teoría de Juegos ha transformado la forma en que se entienden las decisiones humanas y las interacciones estratégicas. Este enfoque interdisciplinario permitió que las matemáticas dejaran de ser vistas solo como un lenguaje formal, convirtiéndose en una herramienta para explicar fenómenos sociales reales. Su relevancia radica en su capacidad para vincular la lógica matemática con los problemas sociales, políticos y económicos. (Binmore, 1994, p. 15) nos dice que "sólo un estratega militar enloquecido pensaría en aplicar la teoría de juegos en la vida real, porque únicamente un loco o un ciborg cometería el error de suponer que el mundo es un juego de puro conflicto" (p. 15).

Aunque presenta limitaciones al intentar generalizar sus modelos, sigue siendo un marco teórico esencial para comprender cómo las personas y las instituciones actúan racionalmente en contextos de interdependencia. En definitiva, esta teoría no solo ha fortalecido la relación entre las matemáticas y las ciencias sociales, sino que ha mostrado que la racionalidad, aun siendo imperfecta, puede ser analizada, modelada y comprendida desde una perspectiva científica.

El dilema del prisionero es un ejemplo clásico que muestra cómo la racionalidad individual puede conducir a resultados perjudiciales para un grupo. En palabras de Fernández Rodríguez (2005), este juego "está presente en muy diversas situaciones de la vida real, donde se presentan fuertes incentivos para la no cooperación mientras que la situación socialmente eficiente es la de cooperación" (p.2). Esta paradoja es un claro ejemplo en el cual los involucrados deben elegir entre el beneficio personal y el bienestar común, una cuestión que ha sido objeto de estudio tanto en la economía como en la ética.

La teoría de juegos se ha aplicado con éxito al análisis de mercados, competencia y comportamiento empresarial. Fernández Rodríguez (2005) retoma el modelo de Cournot (1838) para describir el equilibrio competitivo entre dos empresas que producen bienes idénticos. Según el autor, "el equilibrio de Nash se da donde se cortan las curvas de reacción" (p. 9), lo que implica que cada empresa ajusta su producción anticipando las decisiones de su rival con el objetivo de ser más eficientes y brindar una mejor respuesta a las exigencias del mercado.

Este tipo de análisis permite comprender cómo las decisiones estratégicas impactan los precios y beneficios. Como indica Binmore (1994), la teoría de juegos demuestra que "los agentes económicos racionales actúan anticipando la respuesta de los demás, no en el vacío". En consecuencia, la oferta y la demanda no son los únicos factores que influyen en el equilibrio del mercado, las expectativas estratégicas de los participantes tienen un impacto significativo. Fernández Rodríguez (2005) observa que el equilibrio encontrado en el modelo de Cournot representa "una forma de dura competencia entre ambas empresas que les obliga a realizar cuantiosos gastos en publicidad" (p. 7).

Un aspecto esencial de la teoría de juegos es el análisis de los juegos dinámicos, en los que las decisiones se toman de manera secuencial. Fernández Rodríguez (2005) explica que "la información de un juego es completa cuando las funciones de pago de los jugadores son del dominio público" (p. 9). En estos juegos, el principio de inducción hacia atrás, también llamado principio de inducción retroactiva, y que consiste en predecir resultados por etapas considerando lo anterior, permite encontrar estrategias racionales y creíbles a lo largo del tiempo. Un ejemplo en particular es el caso 'TELEX contra IBM', donde una empresa pequeña decide si entrar o no a un mercado dominado por un gigante tecnológico. Según Fernández Rodríguez (2005), "el tema central de cualquier juego dinámico como este es el de la credibilidad de una amenaza o de una promesa" (p. 11). Al utilizar el principio de inducción retroactiva, se demuestra que la amenaza de IBM de 'aplastar' a su competidor carece de credibilidad, pues no maximiza su utilidad en la etapa correspondiente.

Los juegos dinámicos revelan que la racionalidad no solo depende de los resultados finales, sino también de la secuencia de decisiones. La anticipación y la reputación se convierten en factores determinantes para determinada estrategia. En contextos modernos, estos principios se aplican en negociaciones ya sea locales o internacionales y políticas públicas, donde los actores deben considerar qué hacer, cuándo y cómo hacerlo.

La teoría de juegos, en contextos de interdependencia, representa un marco unificador para analizar la toma de decisiones. Como afirma Fernández Rodríguez (2005), "el análisis matemático de los conflictos ofrece una base sólida para la toma de decisiones" (p. 15). A través de sus modelos formales, permite comprender los mecanismos de cooperación, competencia y credibilidad estratégica que rigen las relaciones humanas y organizacionales.

En pocas palabras, la teoría de juegos combina la lógica matemática con la psicología del comportamiento racional. Su aplicación va más allá de la economía, se extiende a la biología, la política y la tecnología. Al integrar las perspectivas de autores como Binmore (1994), Molina (2025) y Fernandez (2005), se evidencia que la teoría de juegos sigue siendo una herramienta esencial para explicar la complejidad de las decisiones estratégicas en el siglo XXI.

Referencias

Binmore, K. (1993). *Teoría de juegos*. McGraw-Hill.

Binmore, K. (1994). *Teoría de juegos*. McGraw-Hill. https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/53096285/Binmore__Ken-_La_teoria_de_juegos-libre.pdf

Costales, F. (2000). *Teoría de juegos*. Monografías.com. http://www.monografias.com/trabajos5/teorideju/teorideju.shtml#intro

Fernández Rodríguez, F. (2005). *Teoría de juegos: análisis matemático de conflictos*. Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. https://imarrero.webs.ull.es/sctm05/modulo1lp/5/ffernandez.pdf

Fudenberg, D., & Tirole, J. (1995). *Game theory*. MIT Press.

Gardner, R. (1996). *Juegos para empresarios y economistas*. Antoni Bosch.

Gibbons, R. (1992). *Un primer curso en teoría de juegos*. Antoni Bosch.

Martínez Coll, J. C. (2001a). *Introducción a la teoría de juegos*. En *La economía de mercado: virtudes e inconvenientes*. Eumed.net. http://www.eumed.net/cursecon/juegos

Martínez Coll, J. C. (2001b). *Los mercados no competitivos*. En *La economía de mercado: virtudes e inconvenientes*. Eumed.net. http://www.eumed.net/cursecon/8/index.htm

Molina Bustos. (2025). *Introducción a la teoría de juegos*. ResearchGate. https://www.researchgate.net/publication/390404199_INTRODUCCION_A_LA_TEORIA_DE_JUEGOS

Teoría del Caos: Los cambios más pequeños con los efectos más grandes

Roberto Antonio Zelaya Triminio

rzelayat@upnfm.edu.hn

Mirna Dolores Bonilla Donaire

mdbonilla@eupnfm.edu.hn

Alex Daniel Chávez Cálix

adchavezc@e.upnfm.edu.hn

Introducción

La Teoría del Caos constituye uno de los desarrollos más fascinantes dentro de la historia de las matemáticas y la ciencia moderna. Su estudio ha permitido comprender cómo pequeños cambios en las condiciones iniciales pueden provocar grandes variaciones en los resultados finales, transformando la manera en que entendemos los sistemas naturales y sociales.

Este trabajo tiene como objetivo analizar los orígenes, fundamentos, personajes relevantes y aplicaciones de la teoría del caos, destacando su impacto en la comprensión de la matemática como ciencia y su influencia en otras disciplinas.

El punto de partida de esta teoría es el llamado efecto mariposa, formulado por Edward Lorenz, quien sostuvo que “una pequeña alteración en el estado de un sistema dinámico provoca que los estados subsiguientes difieran considerablemente de los estados que se habrían seguido sin dicha alteración” (Lorenz, 1993, p. 209).

1. Antecedentes históricos

El concepto del caos como fenómeno científico surge en la década de 1960, cuando Edward Lorenz, mientras trabajaba en modelos meteorológicos, observó que pequeños cambios en las condiciones iniciales producían grandes diferencias en los resultados.
Esta observación dio origen a la famosa metáfora del efecto mariposa, ilustrada por Cazau (1995): “el aleteo de una mariposa que vuela en la China puede producir un mes después un huracán en Texas” (p. 4).

A partir de este hallazgo, la comunidad científica comenzó a replantear la idea de determinismo absoluto en los sistemas naturales. Los modelos de Lorenz demostraron que incluso sistemas regidos por leyes matemáticas simples podían tener comportamientos impredecibles.

2. Conceptos fundamentales de la teoría del caos

La Teoría del Caos se consolidó como una nueva rama de las matemáticas que busca comprender el orden escondido en el aparente desorden. Medina y Ramírez (1992) señalan que “constituye una nueva Ciencia que intenta mostrar que existe orden y pauta en situaciones en las que antes sólo se observaba el azar, lo impredecible, lo irregular” (p. 169).

Uno de los conceptos clave es el de los atractores extraños, estructuras geométricas invisibles que determinan cómo evoluciona un sistema a largo plazo, incluso dentro del caos. Ruelle (1985) los define matemáticamente como conjuntos hiperbólicos que contienen trayectorias estables e inestables:

cada punto $x \in A$ se puede elegir de manera continua un subespacio estable E_x^s (donde las trayectorias se contraen bajo la acción de f) y un subespacio inestable E_x^u(donde las trayectorias se expanden), de modo que:

$$(Tf)E_x^{s,u} = E_{f(x)}^{s,u}, \quad T_x M = E_x^s \oplus E_x^u$$

Además, se cumple que:

$$\|(Tf)X\| < \|X\|, \quad si\ X \neq 0,\ y\ X \in E_x^s; \qquad \|(Tf)^{-1}X\| < \|X\|, \quad si\ X \neq 0,\ y\ X \in E_x^u$$

Decimos que A es atractor si existe un entorno abierto U tal que:

$$\bigcap_{t \geq 0} f^t(U) = A$$

En este caso, puede elegirse U de modo que $f(\bar{}\{U\}) \subset U$

$$f(\overline{U}) \subset U$$

(Ruelle, 1985, p. 617).

De esta forma, los atractores permiten comprender cómo sistemas que parecen desordenados tienden, en realidad, hacia patrones estructurados y predecibles dentro del caos.

3. Herramientas matemáticas y ejemplos ilustrativos

Uno de los ejemplos más conocidos es el péndulo doble, donde dos barras articuladas se mueven de forma errática y, sin embargo, su comportamiento está determinado por ecuaciones matemáticas precisas. Este sistema demuestra que, aunque un modelo sea determinista, puede generar resultados caóticos dependiendo de las condiciones iniciales.

Sprott (2003) explica que "un exponente de Lyapunov positivo nos indica que hay sensibilidad a las condiciones iniciales, que es justamente lo que define al caos determinista" (p. 156). Los diagramas de bifurcación también son una herramienta fundamental, pues permiten visualizar cómo un sistema pasa de un comportamiento estable a uno caótico a medida que cambia un parámetro. Este tipo de representación ha sido ampliamente estudiada por Strogatz (2018) y May (1976), quienes demostraron que sistemas biológicos o poblacionales simples pueden generar dinámicas impredecibles.

4. Personajes relevantes y sus aportes

Además de Lorenz, otros investigadores marcaron el desarrollo de esta teoría. Benoît Mandelbrot introdujo la geometría fractal, que permite representar las estructuras auto-similares del caos.
David Ruelle y Floris Takens desarrollaron el concepto de atractores extraños, explicando que las trayectorias caóticas tienden hacia conjuntos con estructura geométrica definida.
James Yorke, quien acuñó el término "caos determinista", destacó su relevancia en sistemas no lineales.

Asimismo, Glass y Mackey (1988) aplicaron estos conceptos en la biología, mostrando que el ritmo cardiaco humano puede describirse mediante ecuaciones caóticas. Russell, Hanson y Ott (1980) confirmaron experimentalmente que estos atractores tienen dimensiones fractales medibles, abriendo la puerta a nuevas aplicaciones científicas.

5. Aplicaciones e impacto interdisciplinario

En el campo de la economía, Peters (1994) observó que “los mercados financieros muestran características de sistemas caóticos, donde eventos pequeños pueden causar grandes cambios en los precios de las acciones” (p. 83).

En psicología, la sensibilidad a las condiciones iniciales ayuda a entender cómo pequeñas experiencias de la infancia pueden determinar la conducta adulta. En biología, la teoría del caos explica fenómenos como el ritmo cardíaco o el crecimiento de poblaciones.

Finalmente, en la era digital, el análisis de grandes datos y el uso de inteligencia artificial permiten detectar patrones caóticos en fenómenos naturales y sociales, aplicando los principios del caos a escalas antes inimaginables.

Conclusiones

La Teoría del Caos ha transformado profundamente la manera en que concebimos el mundo. Demuestra que detrás del aparente desorden existe un orden subyacente gobernado por leyes matemáticas precisas. Los aportes de Lorenz, Mandelbrot, Ruelle y otros científicos han permitido entender mejor los sistemas dinámicos, mostrando que lo impredecible también puede obedecer a estructuras lógicas. En conclusión, estudiar el caos no significa aceptar la aleatoriedad, sino reconocer la complejidad y belleza del universo en sus múltiples formas de orden.

Referencias bibliográficas

Cazau Pablo, "Introducción a la investigación en ciencias sociales", Buenos Aires, Rundinuskín Editores, 1991, página 72

Eckmann, J. P., & Ruelle, D. (1985). Ergodic theory of chaos and strange attractors. Reviews Of Modern Physics, 57(3), 617–656. https://doi.org/10.1103/revmodphys.57.617

Freire, N. (2024, 17 diciembre). Las matemáticas en la Teoría del Caos: el orden tras el desorden. National Geographic España. https://www.nationalgeographic.com.es/ciencia/matematicas-teoria-caos-orden-tras-desorden_23823

Glass, L., & Mackey, M. C. (1988). From Clocks to Chaos: The Rhythms of Life. Princeton University Press.

Lorenz, E. N. (1993). The Essence of Chaos. University of Washington Press.

May, R. M. (1976). Simple mathematical models with very complicated dynamics. Nature, 261(5560), 459–467.

Medina, R., & Ramírez, G. (1992). Caos: Definición, detección y ejemplos. Revista Desarrollo y Sociedad, (30), 169–188.

Peters, E. E. (1994). Fractal market analysis: Applying chaos theory to investment and economics. John Wiley & Sons.

Russell, D. A., Hanson, J. D., & Ott, E. (1980). Dimension of Strange Attractors. Physical Review Letters, 45(14), 1175–1178. https://doi.org/10.1103/physrevlett.45.1175

Sprott, J. C. (2004). Chaos and time-series analysis. Choice Reviews Online, 41(06), 41-3492. https://doi.org/10.5860/choice.41-3492

Strogatz, S., Friedman, M., Mallinckrodt, A. J., & McKay, S. (1994). Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering. Computers In Physics, 8(5), 532. https://doi.org/10.1063/1.4823332

Momentos de las conferencias

Ilustración 1. Momento de la Conferencia: "Los discípulos de Leibniz y Newton"

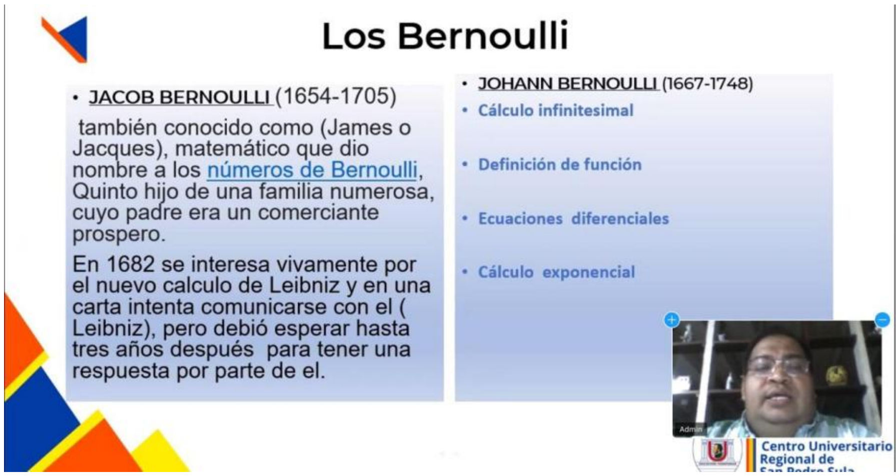

Ilustración 2. Momento de la conferencia: "La época de Euler"

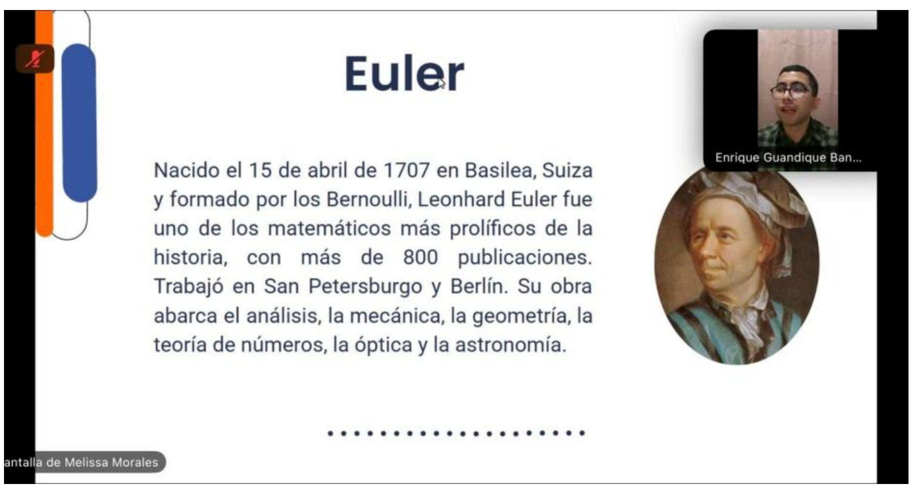

Ilustración 3. Momento de la conferencia: "teoría de juegos"

Ilustración 4. Momento de la conferencia: "teoría del caos"

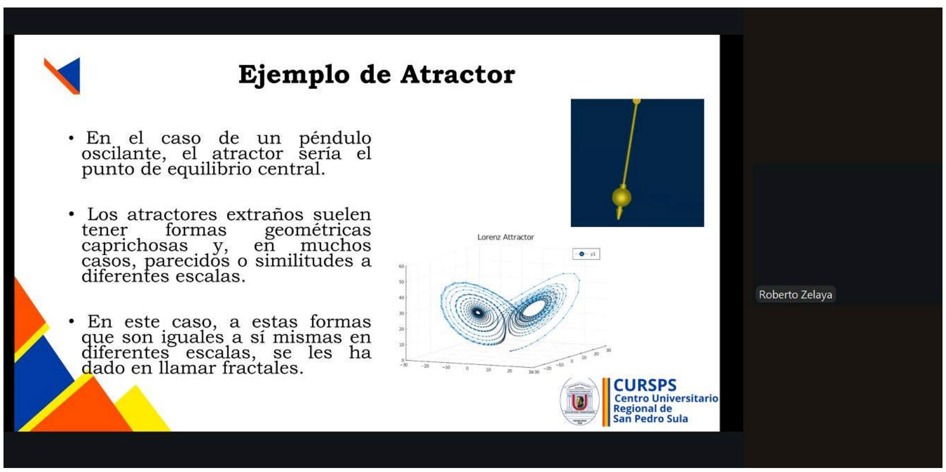

Ilustración 5. Cierre de la actividad