Revista de Matemáticas Aleph

Compresión del concepto de fracción en estudiantes de sexto grado desde la teoría de campos conceptuales de Vergnaud.

Understanding the Concept of Fractions in Sixth-Grade Students from Vergnaud's Conceptual Fields Theory

Bertilia Cornejo Chinchilla
chberthy@gmail.com
Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán

Edgardo Josué Machado Bacila
Edgardojosue945@gmail.com
Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán

Heydy Lorena Posas Gonzales
Heydylorenap@gmail.com
Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán

Wilfredo Alberto Ebanks Zuniga
webankszuniga@gmail.com
Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán

Edgar Vásquez Alberto
evasquez@upnfm.edu.hn
Docente Asesor(a) de Investigación
Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán

Publicado el 5 de diciembre de 2025

Citar:

Cornejo Chinchilla, B., Machado Bacila, E. J., Posas Gonzales, H. L., Ebanks Zúniga, W. A., & Vásquez, E. A. (2025). Compresión del concepto de fracción en estudiantes de sexto grado desde la teoría de campos conceptuales de Vergnaud. *Revista de Matemáticas Aleph, 11*, 27–52.

RESUMEN

Este estudio evidenció la comprensión del concepto de fracción en estudiantes de sexto grado del Instituto Shalom Bilingual School, en el cual desde la teoría de Vergnaud y el modelo de Kieren, se analizaron cinco aspectos clave de las fracciones: parte-todo, medida, cociente, razón y operador. Mediante investigación-acción, se trabajó con 23 estudiantes usando actividades prácticas como juegos de bingo y tarjetas. Las evaluaciones iniciales revelaron que solo 16 de 23 estudiantes dominaban los conceptos, con mayores dificultades en cociente (división) y razón (proporciones). Tras la intervención, los estudiantes mejoraron notablemente en entender fracciones como parte-todo y operador, gracias a métodos visuales y lúdicos. El estudio concluye que el aprendizaje de fracciones es más efectivo con enfoques prácticos y múltiples representaciones y los docentes deben usar materiales concretos y situaciones reales para enseñar este tema.

PALABRAS CLAVES: *fracciones, campos conceptuales, comprensión matemática*

ABSTRACT

This study demonstrated the understanding of the concept of fractions in sixth-grade students at the Shalom Bilingual School. Based on Vergnaud's theory and Kieren's model, five key aspects of fractions were analyzed: part-whole, measure, quotient, ratio, and operator. Through action research, 23 students were involved in practical activities such as bingo games and flashcards. Initial assessments revealed that only 16 of the 23 students mastered the concepts, with the greatest difficulty in quotient (division) and ratio (proportions). After the intervention, students significantly improved their understanding of fractions as part-whole and operator, thanks to visual and playful methods. The study concludes that fraction learning is more effective with practical approaches and multiple representations, and teachers should use concrete materials and real-life situations to teach this topic.

KEYWORDS: *fractions, conceptual fields, mathematical understanding*

INTRODUCCIÓN

El concepto de fracción es esencial en la educación matemática debido a su relevancia práctica y su vínculo con conceptos más avanzados, como proporciones, álgebra y cálculo. Sin embargo, estudios indican que los estudiantes de educación básica, particularmente en Honduras, presentan deficiencias significativas en su comprensión. El Informe Nacional de Rendimiento Académico (2019) señala que los estudiantes de sexto grado Instituto Shalom Bilingual School tienen un desempeño básico en matemáticas en comprensión del concepto de fracción, lo que refleja una enseñanza centrada en la memorización en lugar de en una comprensión profunda.

Desde una perspectiva teórica, autores como Gérard Vergnaud y Thomas Kieren han aportado modelos que enriquecen la comprensión del concepto de fracción, abordándolo desde diversos significados y representaciones como parte-todo, medida, cociente, razón y operador. Estas representaciones permiten conectar el aprendizaje con situaciones del mundo real. Investigaciones previas de Castro Mora y Fuenlabrada también han destacado la importancia de estrategias didácticas que integren estos enfoques teóricos para superar las limitaciones de la enseñanza tradicional.

El enfoque de esta investigación se centra en analizar el nivel de comprensión de los estudiantes sobre el concepto de fracción, cómo diseñar una secuencia didáctica que facilite su aprendizaje y evaluar su impacto a través de la teoría de Vergnaud.

DISCUSIÓN TEÓRICA

La teoría de los campos conceptuales, desarrollada por Gérard Vergnaud, es una teoría cognitiva que analiza cómo los estudiantes adquieren contenidos matemáticos complejos, como el concepto de fracción. Esta teoría destaca la importancia de desarrollar el concepto de fracción para que los estudiantes puedan resolver operaciones de forma inmediata y afrontar problemas más complejos que requieren un mayor esfuerzo para ser resueltos. Según Vergnaud, citado por Castro (2017), "el dominio de las fracciones hace parte de un campo conceptual constituido por un conjunto de situaciones cuyo dominio progresivo requiere la utilización de una variedad de procedimientos, de conceptos y de representaciones que están en estrecha conexión" (p. 34). Esto implica que, para comprender y operar con fracciones, los estudiantes deben ser capaces de reconocer y aplicar múltiples procedimientos y representaciones.

La base de esta teoría es la conceptualización, que permite entender cómo los estudiantes adquieren los conceptos matemáticos a partir de diversas situaciones. En este proceso de aprendizaje, la teoría de los campos conceptuales integra tres elementos clave: campos conceptuales, esquemas y situaciones.

Campo Conceptual

Vergnaud, citado por Barrantes (2006), define un campo conceptual como "un conjunto de situaciones, conceptos y teoremas" (p. 3). Estos conceptos adquieren sentido cuando se analizan desde diversas situaciones y sus relaciones con otros conceptos, lo que implica que el conocimiento de un concepto requiere la comprensión de otros conceptos y procedimientos relacionados.

Concepto

Un concepto no debe considerarse solo como una definición abstracta, sino también en el contexto de las situaciones y problemas que los estudiantes deben resolver. Según Vergnaud (1990), citado por Castro (2017), un concepto está definido por tres elementos: "las situaciones que dan sentido al concepto, los invariantes sobre los que reposa la operacionalidad del concepto, y las representaciones simbólicas que pueden ser usadas para indicar esos invariantes" (p. 38). Esto significa que para entender un concepto matemático, los estudiantes deben experimentar con situaciones que les permitan captar los invariantes del concepto y asociarlos con representaciones simbólicas.

Situaciones que dan sentido al concepto de fracciones

Vergnaud, citado por Barrantes (2006), distingue dos tipos de situaciones: "aquellas para las que el sujeto dispone de competencias necesarias para el tratamiento relativamente inmediato de la situación, y aquellas para las que el sujeto no tiene todas las competencias necesarias" (p. 2). En el primer tipo de situaciones, los estudiantes pueden aplicar los conceptos y procedimientos previamente adquiridos. En el segundo tipo, cuando los estudiantes carecen de ciertas competencias, se ven obligados a explorar y realizar intentos de solución, lo que los lleva a adquirir nuevos procedimientos y conceptos. Este proceso es esencial para el desarrollo del concepto de fracción, ya que permite a los estudiantes aprender mediante la experiencia y el desafío.

Vergnaud, citado por Fuenlabrada (1996), sostiene que "un concepto está vinculado a una diversidad de situaciones, y a su vez una situación nos remite a varios conceptos" (p. 5). Para entender cómo el concepto de fracción está relacionado con diversas situaciones, es necesario abordar la teoría de Thomas Kieren, quien identifica subconstructos como parte-todo, medida, cociente, operador y razón. Estos subconstructos permiten a los estudiantes ver que una fracción puede tener distintos significados y aplicaciones.

Las situaciones que remiten a varios conceptos son aquellas que permiten a los estudiantes reflexionar, explorar y usar sus conocimientos previos para resolver problemas. Un ejemplo de esto es una situación como: "Si tenemos una pizza y queremos repartir 3/4 de ella entre 2 personas, ¿cuánto recibe cada persona?" Para resolver este problema, los estudiantes deben aplicar operaciones de multiplicación y división con fracciones, además de interpretar las fracciones como parte de un todo. El cálculo sería: 3/4 dividido entre 2, o equivalente a 3/4 x 1/2 = 3/8. Este ejemplo ilustra cómo las situaciones ayudan a conectar diferentes conceptos, lo que facilita que los estudiantes comprendan y den sentido a los conceptos matemáticos. Según Vergnaud, citado por Barrantes (2006), "una situación tiene un interés didáctico moderado puesto que son instrumentos para el análisis de las dificultades conceptuales que encuentran los alumnos" (p. 4). De este modo, las situaciones permiten a los docentes identificar las dificultades y errores que los estudiantes tienen en el proceso de aprendizaje.

Esquemas

Con relación a los conceptos, Vergnaud distingue dos tipos de situaciones que varían según las competencias del estudiante. En el primer caso, se observan conductas automatizadas, guiadas por un único esquema para resolver una clase de situaciones. En el segundo caso, el estudiante utiliza diversos esquemas, los cuales pueden entrar en conflicto y requieren reflexión y exploración para encontrar la solución. Este proceso de reorganización de los esquemas conduce a nuevos descubrimientos.

Según Vergnaud (1990), un "esquema" se define como la organización constante de la conducta frente a una clase determinada de situaciones. Los esquemas reflejan los conocimientos en acción del individuo, es decir, los elementos cognitivos que permiten que su actuación sea efectiva. Estos esquemas no son siempre procedimientos fijos, sino que pueden generar una diversidad de acciones dependiendo de la situación. Los esquemas pueden ser de tipo perceptivo-gestual (como contar objetos o hacer gráficos), verbales (como elaborar un discurso) o sociales (como gestionar un conflicto o seducir a alguien). Cada tipo de esquema se adapta a las características específicas de la situación, pero la organización subyacente es constante, lo que permite que los estudiantes resuelvan problemas de manera efectiva en diferentes contextos.

Un ejemplo de esquema es el algoritmo, aunque no todos los esquemas pueden considerarse algoritmos. Los esquemas se convierten en esquemas ordinarios cuando se utilizan repetidamente en situaciones similares. Sin embargo, algunos esquemas pueden ser ineficaces. Si un esquema inadecuado se aplica a una situación, es necesario reemplazarlo o modificarlo. Por ello, la educación debe promover el desarrollo de un repertorio amplio y diverso de esquemas, evitando que se conviertan en patrones rígidos y estereotipados (Moreira, 2012).

Vergnaud, citado por Moreira (2002), señala que los esquemas son variados y complejos. Dentro de estos, se incluyen:

- Metas y anticipaciones: El esquema está orientado hacia una categoría de situaciones en las que el sujeto identifica un propósito para su actividad, que debe ser discutido y reflexionado en el aula. Reglas de acción basadas en condiciones: Se utilizan reglas del tipo "si ocurre X, entonces hacer Y", lo cual permite generar estrategias para buscar información y controlar los resultados de las acciones.

- Invariantes operatorias: Estos comprenden los conceptos y teoremas en acción que guían el reconocimiento de los elementos clave de la situación, facilitando la identificación y selección de la información relevante. También permiten realizar inferencias y elegir reglas de acción apropiadas.
- Capacidad de inferencia: Se refiere a los razonamientos que el sujeto emplea para evaluar, en tiempo real, las reglas y anticipaciones basadas en los invariantes operatorios disponibles. En la práctica, frente a una nueva situación para el estudiante, pueden activarse varios esquemas de manera sucesiva o simultánea. Así, el concepto de esquema conecta la conducta con la representación. La interacción entre las situaciones y los esquemas es esencial para la representación y la conceptualización (Moreira, 2002).

Invariante Operatorio

Un esquema organiza la forma en que se aborda un conjunto de situaciones, integrando conceptos, propiedades y sus representaciones asociadas. Estos conceptos y propiedades constituyen los conocimientos que forman parte de los esquemas, representados mediante los términos “concepto-en-acción” y “teorema-en-acción”. Vergnaud agrupa estas ideas bajo el término más amplio de invariantes operatorios.

Según Vergnaud, citado por Moreira (2002), un teorema-en-acción es una afirmación que se considera verdadera en un contexto específico, mientras que un concepto-en-acción es un objeto, predicado o categoría de pensamiento relevante para una situación particular. Además, Vergnaud identifica tres tipos lógicos de invariantes operatorios:

- Proposiciones: Afirmaciones que pueden ser verdaderas o falsas, como los teoremas-en-acción.
- Función proposicional: Permite la construcción de proposiciones y abarca conceptos como cardinalidad o transformación, relacionados con conceptos-

en-acción o categorías-en-acción, los cuales, generalmente, no son explicitados por los estudiantes.

- Argumentos: En matemáticas, los argumentos incluyen objetos materiales, personas, números, relaciones e incluso proposiciones.

Un concepto-en-acción se entiende como un conjunto de invariantes aplicados en la acción, pero no debe confundirse con un concepto científico. Del mismo modo, un teorema-en-acción no es un teorema formal hasta que se haga explícito y pueda debatirse su relevancia y veracidad. Según Vergnaud (1990), hay tres aspectos clave para la conceptualización de un concepto:

Circunstancias que otorgan significado a la situación

Elementos constantes (objetos, propiedades, teoremas, relaciones, etc.) que se emplean para resolver las situaciones. Formas de representación simbólica (lenguaje natural, gráficos, expresiones formales, etc.) para representar invariantes, situaciones y procedimientos.

La Fracción y sus Significados

La fracción se describe tradicionalmente como un par de números enteros, como lo indica Maza (1999), citado en García (2007), quien la define como un número roto o quebrado, aunque sigue siendo un solo número. Este concepto de fracción, como un par de números, ayuda a comprender su estructura. Una fracción consta de dos componentes: el numerador, que indica las partes que estamos considerando, y el denominador, que muestra en cuántas partes se ha dividido la unidad completa.

Desde la experiencia docente, se enseña la fracción principalmente a través de su representación: cómo se escribe, se lee y se grafica. En las clases, el docente se enfoca en presentar la fracción como un conjunto de números, con el numerador arriba y el denominador abajo, asignándoles los nombres correspondientes. Luego, se representa gráficamente la fracción según el comportamiento de estos elementos, como en el caso de ¾, donde el denominador indica el total de partes iguales y el numerador indica la cantidad de partes que se seleccionan.

Sin embargo, este enfoque se limita a cómo representar una fracción de manera única, sin explorar sus diferentes significados en contextos diversos. A medida que los estudiantes comprendan la fracción en términos más amplios y diversos, podrán usarla en situaciones cotidianas. Según Kieren (1988), citado por Ávila (2019), para construir un conocimiento duradero sobre los números racionales, los estudiantes deben asociar las expresiones “a/b” con objetos y acciones en los sistemas connotativos: parte-todo, medida, cociente, razón y operador multiplicativo.

Fracción como parte-todo y cociente

El concepto de fracción se introduce comúnmente en los textos escolares a través de situaciones concretas, como dividir una torta en partes iguales. En este caso, la fracción representa una relación parte-todo, donde el "todo" es el objeto (como una torta) y las partes corresponden a las fracciones, como ¼ o ¾. Sin embargo, varios estudios indican que este enfoque, aunque fácil de entender, es limitado para abordar conceptos más avanzados. La comprensión de una fracción como parte-todo varía dependiendo de si el "todo" es continuo (como un terreno, una pizza o un líquido) o discreto (como un conjunto de objetos). Fandiño (2015) señala que hay una gran diferencia en cómo se interpreta la fracción dependiendo del tipo de unidad, ya sea continua o discreta (p. 26).

La fracción como parte-todo en cantidades continuas se refiere a situaciones donde el "todo" es una unidad continua, como una torta o un campo. En este caso, las fracciones se representan como fracciones de una unidad continua, y el concepto de medida de capacidad juega un papel importante. Por ejemplo, líquidos como agua o jugos pueden ser medidos no solo en litros, sino también usando vasos u otros recipientes. Además, este enfoque se aplica también a cantidades discretas, como objetos o productos pesados, como un kilogramo de frutas.

En cuanto a la fracción como cociente, esta interpretación se utiliza para representar el reparto equitativo de un todo entre varias partes. Castro (2017) explica que la fracción como cociente se presenta cuando una unidad se distribuye equitativamente entre varios, y está vinculada a la operación de división ($a \div b = a/b$), lo que permite a los estudiantes ver la fracción como el resultado de una partición y no solo como un cálculo numérico. Esta visión fomenta una comprensión más profunda y abstracta del concepto de fracción en niveles educativos más avanzados.

Fracción como razón, operador y medida

La fracción, según Castro (2017), puede interpretarse como una razón que establece una relación proporcional entre dos cantidades, ya sean continuas o discretas. A través de esta perspectiva, las fracciones no solo son el resultado de una división, sino que representan comparaciones entre cantidades. Estas relaciones pueden expresarse de distintas maneras (fracciones, decimales, o porcentajes), lo que facilita su uso en diversos contextos y refuerza la comprensión de los estudiantes al conectar lo visual, verbal y simbólico. En este sentido, la fracción permite comparar cantidades de esta o diferente magnitud, abriendo la puerta a un entendimiento más amplio de las relaciones proporcionales (Castro, 2017, p. 61).

La fracción como operador implica que la fracción actúa sobre una cantidad mediante operaciones de multiplicación o división, transformándola en una nueva cantidad. Según Castro (2017), esta noción ayuda a entender cómo las fracciones no solo se utilizan para representar proporciones, sino también como herramientas operativas en los cálculos (p. 65).

En cuanto a la fracción como medida, se refiere a la asignación de un número a una magnitud o región, que resulta de dividir una unidad en partes iguales. Kieren, citado por Perera (2017) en Castro (2017), señala que "la fracción como medida implica la partición equitativa de una unidad en dimensiones específicas" (p. 69). Es importante destacar que este concepto no debe confundirse con unidades de medida, como litros o metros, que no representan una parte de un todo.

Las teorías de los Campos Conceptuales de Vergnaud y el Modelo Recursivo de Thomas Kieren complementan su enfoque sobre las fracciones. Mientras que la teoría de Vergnaud se enfoca en las situaciones prácticas y contextuales para el aprendizaje de fracciones, el modelo de Kieren profundiza en cómo los estudiantes desarrollan progresivamente los significados de las fracciones. Ambas teorías, al combinarse, ofrecen un marco completo para el aprendizaje de las fracciones, desde la comprensión concreta hasta su nivel abstracto.

Desde un punto de vista didáctico, el aprendizaje de las fracciones involucra dificultades relacionadas con los algoritmos y las representaciones de las fracciones en diversos contextos. Según Godino (2004), el estudio de las fracciones está condicionado por la comprensión de las operaciones aritméticas y la medición de magnitudes no discretas, lo que marca una diferencia importante respecto a los números naturales (p. 26).

En cuanto a las dificultades que enfrentan los estudiantes con el concepto de fracción, la investigación de Castro Mora (2017) reveló que muchos estudiantes tienen dificultades para comprender las fracciones, especialmente en su representación gráfica y numérica. Algunos de los problemas incluyen la incapacidad de representar fracciones equivalentes y la dificultad para entender el "todo" en una expresión fraccionaria. Los estudiantes suelen trabajar solo con representaciones numéricas, sin un contexto que les permita contextualizar su significado.

Secuencia Didáctica y Material Didáctico

La secuencia didáctica, según Brousseau (2000), se basa en la creación de situaciones que favorezcan el aprendizaje autónomo de los estudiantes. A través de la interacción entre el alumno, el docente y el medio didáctico, los estudiantes construyen su propio conocimiento. Esta teoría se distingue de los enfoques tradicionales, en los cuales la enseñanza es un proceso unidireccional de transmisión de información del docente al estudiante. En cambio, el enfoque de Brousseau promueve una situación A-Didáctica, en la cual los estudiantes resuelven problemas reales de manera autónoma, usando sus conocimientos previos y probando nuevas ideas sin intervención directa del docente. El proceso de enseñanza debe involucrar varias fases según Brousseau:

- Situación de acción: Los estudiantes enfrentan un problema de manera autónoma.

- Situación de formulación: Los estudiantes comunican sus estrategias y procedimientos, reflexionando sobre su aprendizaje.
- Situación de validación: El docente facilita la discusión para validar las respuestas correctas y erróneas a través de la reflexión colectiva.
- Situación de evaluación: Se realiza una evaluación para determinar si los estudiantes han logrado los aprendizajes esperados.

Según Obaya y Ponce (2007), una secuencia didáctica es un conjunto de actividades organizadas progresivamente para favorecer el logro de los objetivos educativos. Este enfoque es flexible, adaptándose a las necesidades de los estudiantes y ayudando a evitar la improvisación en la enseñanza. En este contexto, se propone una secuencia didáctica centrada en la teoría de Campos Conceptuales, que establece tres elementos esenciales para la conceptualización de un concepto:

Situaciones que dan sentido al concepto

Invariantes (propiedades, teoremas, relaciones) utilizados para resolver las situaciones. Representaciones simbólicas (gráficos, lenguaje natural, expresiones formales) para representar los invariantes. La secuencia didáctica propuesta busca facilitar la comprensión del concepto de fracción en estudiantes de sexto grado, específicamente en el contexto del "Shalom Bilingual School Garden" en San Pedro Sula, Cortés. El objetivo es trabajar con situaciones didácticas que favorezcan la construcción conceptual y el entendimiento profundo de las fracciones.

Material Didáctico

El material didáctico es crucial en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Según Montessori (1967), los materiales deben estimular los sentidos y la inteligencia de los estudiantes, promoviendo el aprendizaje autónomo. Manrique Orozco (2013) afirma que los materiales tangibles y reales son clave para vivenciar el aprendizaje, especialmente cuando se combinan con metodologías lúdicas que fomentan la interacción y el disfrute del estudiante.

De acuerdo con Gloria Gómez (2011), el contacto con materiales reales y atractivos permite que los estudiantes experimenten activamente el contenido, dinamizando su proceso de aprendizaje. En este sentido, el material manipulativo juega un papel fundamental, ya que favorece el aprendizaje kinestésico y visual, adaptándose a las diferentes formas de aprendizaje de los estudiantes.

La pedagogía Montessori se basa en el uso de materiales educativos que permiten trabajar de manera autónoma e independiente, con un enfoque en el aprendizaje intelectual, motriz y sensorial. Maria Montessori (1984) clasifica los materiales en tres categorías: Educación psicomotriz, Material de educación de los sentidos, Material de educación intelectual, como el aprendizaje de matemáticas. Para esta secuencia didáctica, se utilizarán materiales didácticos impresos, tales como tarjetas con fracciones, que permiten a los estudiantes interpretar y representar fracciones de manera gráfica, escrita o simbólica. Además, se implementará un juego de bingo para identificar fracciones, su representación gráfica y fracciones equivalentes, favoreciendo la interacción y el aprendizaje activo. Clasificación del material didáctico según Lima (2011) citada por Julio Cesar Nieto (2023): Material impreso: Libros, cuadernos, fichas de trabajo; Material concreto: Material manipulativo como madera, arcilla; Material permanente de trabajo: Pizarras, cuadernos, juegos geométricos; Material audiovisual: Videos, proyectores, internet y Material experimental: Aparatos y materiales para experimentos.

METODOLOGÍA

El presente trabajo consiste en una investigación cualitativa con un enfoque basado en la investigación-acción el cual combina la acción con la práctica, y donde el investigador actúa también como profesor de aula.

De acuerdo con Elliot (1990) citado por Sergio Martinez (2019) "la investigación acción se compone de cuatro fases: planificación, acción, observación y reflexión" (pág. 88). En la primera fase se analiza el problema de investigación, es decir, se detectan las dificultades que los estudiantes presentan en la comprensión del concepto de fracción y se proponen estrategias que involucran situaciones problemáticas donde los estudiantes puedan aplicar esquemas de pensamiento relacionado con las fracciones para resolverlo durante la intervención. En el transcurso de esta fase el investigador recoge información sobre el proceso mediante diferentes instrumentos. La información se recopila, organiza y trata durante la fase de observación. Finalmente, en la fase de reflexión se analizan y valoran los datos para extraer conclusiones y tomar decisiones para mejorar el proceso.

Tabla 1. *Variables del estudio*

Variable	Definición conceptual
Significados del concepto de fracción	Vergnaud (1990), citado por Castro (2017), menciona que el concepto está definido por tres elementos “las situaciones que dan sentido al concepto, los invariantes sobre los que reposa la operacionalidad del concepto, y las representaciones simbólicas que pueden ser usadas para indicar esos invariantes” (p. 38). De este modo, Kieren determina las fracciones en subconstructos, como “la acción en la que el sujeto aprende del mundo un objeto mental y concibe el entendimiento de las fracciones por sub-constructos de los cuales logra reconocer cuatro: relación parte-todo y parte-parte, cociente, razón, operador y medida” (Zarzar, 2013, p. 37).
Secuencia didáctica para facilitar la construcción del concepto de fracción.	Brousseau (2000) destaca que los contenidos deben ser presentados de manera que los estudiantes generen respuestas innovadoras a partir de situaciones diseñadas específicamente para este propósito.

Participantes

Para Arias (2006) define la población como “un conjunto finito o infinito de elementos con características comunes para los cuales serán extensivas las conclusiones de la investigación. Esta queda delimitada por el problema y por los objetivos del estudio" (p. 81).

Para esta investigación, la población está conformada por 23 estudiantes que cursan sexto grado de primaria en el instituto "Shalom Bilingual School Garden" de San Pedro Sula, Cortés, además la muestra fue la población completa (muestra censal). Se elige esta institución porque se encuentra en una ubicación favorable para los investigadores.

RESULTADOS

Análisis del diagnóstico (pre-test)

La tabla 2 muestra los resultados del pre-test aplicado a 23 estudiantes (E1 a E23), evaluando el nivel de comprensión del concepto de fracción a través de siete preguntas (P1 a P7). Las respuestas correctas están marcadas con "1", las incorrectas con "0", y "NR" indica que el estudiante no respondió este ítem. A partir del total de respuestas correctas, se clasificó a los estudiantes en cuatro niveles de desempeño según los criterios de la Secretaría de Educación (cita):

- Nivel E (Excelente): 6 a 7 respuestas correctas
- Nivel A (Avanzado): 4 a 5 respuestas correctas
- Nivel B (Básico): 1 a 3 respuestas correctas
- Nivel I (Insatisfactorio): 0 respuestas correctas

Tabla 2: *Pre-test: Nivel de comprensión del concepto de fracción en estudiantes de sexto grado*

Nivel	Frecuencia Absoluta (f)	Porcentaje (%)
E (Excelente)	4	17.4%
A (Aceptable)	6	26.1%
B (Bajo)	13	56.5%
Total	23	100%
Nota: elaboración propia.		

En la tabla no se reporta ningún estudiante en nivel “I” (0 respuestas correctas). Para el nivel básico (B) 13 estudiantes que representan la mayoría (más del 50%), indica un dominio limitado del concepto de fracción. Estos estudiantes apenas pueden identificar o aplicar algunas nociones elementales; como por ejemplo: El E2 en la primera pregunta logró dibujar la pizza y dividirla en 4 partes iguales y colorear solamente una de ellas pero al momento de representarla forma simbólica no lo logro hacer correctamente escribiendo la fracción de forma 4/1 lo cual está incorrecto pero presentan confusión en la mayoría de las preguntas, con el nivel avanzado (A) 6 estudiantes muestran una comprensión parcial del concepto, aunque con algunas imprecisiones; como por ejemplo: El E11 en la pregunta número 3 donde se le pedía que fracción representa la cantidad de chocolates blancos no tomó todo el conjunto de los chocolates ya que la respuesta correcta era tomar todo el conjunto de chocolates tantos blancos como negros, solamente tomó una parte de ese conjunto. Este grupo parece tener una idea general de las fracciones, pero posiblemente fallan en aspectos más complejos y en el nivel excelente (E) 4 estudiantes en este pequeño grupo demuestran un dominio sólido del concepto de fracción. Han respondido correctamente casi todas o todas las preguntas, lo que sugiere comprensión tanto teórica como práctica.

Una vez ya categorizados los estudiantes por niveles, se procedió con las intervenciones específicas para cada nivel, dado que en el análisis del diagnóstico los estudiantes están en nivel básico, avanzado y excelente, se aplica una intervención para llevarlos al siguiente nivel, de básico a avanzado, y de avanzado a excelente.

Análisis Primera Intervención (Situaciones)

La primera intervención se llevó a cabo con 23 estudiantes participantes del proceso de investigación con el objetivo de que los estudiantes comprendieran las fracciones como parte todo en cantidades continuas y cantidades discretas con situaciones concretas, además, reforzar los significados de cociente, operador y razón. La intervención tuvo una duración de 45 minutos donde se desarrolló el plan de trabajo correspondiente y los resolvieron una hoja de trabajo.

La tabla 2 muestra los resultados, de la hoja de trabajo, sobre las interpretaciones del concepto de fracción desde los subconstructos de Kieren. Las respuestas correctas están marcadas con ¨✓¨, las incorrectas con “X” y “NR” indica que el estudiante no respondió este ítem. Además, la tabla muestra que 6 de los estudiantes respondieron correctamente al subconstructo parte todo en cantidades continuas, 16 estudiantes respondieron de manera correcta al subconstructo parte todo en cantidades discretas, 6 estudiantes respondieron de forma correcta al subconstructo de cociente, 9 estudiantes respondieron correctamente al subconstructo de operador y 5 estudiantes respondieron correctamente al subconstructo de razón.

La hoja de trabajo presentaba 5 ejercicios, haciendo uso únicamente de cuatro subconstructos, en el ejercicio 1 se le solicitó al estudiante que identificara un número fraccionario en una figura dada, donde se observó que los estudiantes identifican la mitad de una figura, sin embargo, presentan dificultad para identificar un tercio de la misma. En el ejercicio 2 se les pidió que expresaran en número fraccionario la cantidad de figuras que corresponde a una figura dada, donde el 65% de los estudiantes comprenden el significado de parte todo en cantidades discretas. El ejercicio 3 se les presentó una situación de reparto o división directa, en el ejercicio 4 se les presentó una situación de operador multiplicativo y en el ejercicio 5 la situación requería de razonamiento proporcional.

En la solución de los ejercicios 3, 4 y 5 hicieron uso exclusivamente de representación gráfica y simbólica para encontrar el resultado, aunque algunos solo escribieron el resultado sin demostrar de donde lo obtuvieron, a excepción del estudiante (E11) quien además de usar representación gráfica y simbólica también utilizó expresión verbal. Por otra parte, en el ejercicio 5, los estudiantes (E3, E7, E8 y E11) lograron integrar el concepto de razón haciendo uso de propiedades y representaciones.

Al interpretar el concepto de fracciones desde los subconstructos de Kieren definidos en el apartado 2.5.7 de esta investigación, se percibe dificultad para trabajar con parte todo continuo cuando la unidad se divide en tres partes iguales, pero facilidad para identificar una colección de objetos como un todo y dividirlos en subgrupos de igual cantidad de objetos. Por otra parte, para trabajar los subconstructos de cociente y operador fue fundamental el uso de esquemas (representación gráfica) definida en la teoría de Vergnaud (1990) en el apartado 2.5.5 de esta investigación. Finalmente, para trabajar el significado de la razón, los estudiantes establecieron relaciones comparativas lo cual permite desarrollar un pensamiento racional.

Análisis Segunda Intervención (Representaciones)

Para esta segunda intervención se llevó a cabo el juego del bingo, el cual constaba de tablillas (6 en total) que contenían 24 figuras en representación gráfica de fracción, una ruleta que contiene las respuestas de las figuras en representación simbólica dicha ruleta fue proyectada en la pizarra mediante un data show para facilitar la visualización de la fracción en los estudiantes. Se agruparon 5 grupos de 4 estudiantes y 1 grupo de 3 estudiantes brindándoles una tablilla por grupo y frijoles para las marcas según iba saliendo la fracción en la ruleta proyectada. La ruleta iba girando a modo de caer en una fracción y los estudiantes estaban atentos para marcarla en la tablilla del bingo, se realizaron diferentes rondas con varias formas que se podrían formar en la tablilla.

De acuerdo con los relatos expuestos por los estudiantes entrevistados (ver tabla 3) participaron en una actividad del bingo basada en un juego de bingo con fracciones. Los comentarios permitieron identificar categorías y rasgos relacionados con la comprensión del contenido matemático, específicamente el uso de fracciones. Varios estudiantes destacaron la importancia de reconocer el numerador y el denominador, lo que evidencia un enfoque claro en la comprensión estructural de la fracción. Expresiones como “vi el numerador que eran los espacios coloreados” (E21) o “conté las partes que estaban pintadas” (E15) muestran cómo los participantes lograron vincular los conceptos abstractos con representaciones visuales concretas, facilitando así el aprendizaje. Otro grupo de comentarios enfatiza el uso de los “cuadritos” (E3, E8 y E14) como herramienta para llegar a la respuesta correcta. Estos elementos visuales parecen haber servido como apoyo fundamental para interpretar las fracciones dentro del juego, reforzando la categoría de “claridad”. La interacción con los materiales manipulativos permitió a los estudiantes realizar conteos y comparaciones que enriquecieron su comprensión, y además incentivaron la participación activa. En este sentido, el juego no solo facilitó la apropiación del contenido, sino que también promovió la autonomía en la resolución de problemas.

Finalmente, de acuerdo a Gómez (2011) citado por Orozco (2013), se observó una fuerte presencia del trabajo colaborativo como un aspecto clave de la experiencia. Comentarios como "nos ayudamos buscando las respuestas" (E21) y "tener nuestro grupo enfocado" (E12) reflejaron una dinámica de cooperación, donde el aprendizaje se construye en conjunto. Además, varios estudiantes manifestaron que la actividad fue divertida, lo que apunta a una reducción en la percepción de dificultad y un aumento en la motivación. También expresaron haber aprendido conceptos esenciales de manera sencilla y significativa, lo que demuestra que el enfoque lúdico puede ser una estrategia efectiva para fomentar tanto el entendimiento como el disfrute en el aprendizaje de las matemáticas.

Análisis Tercera Intervención (Invariantes)

La información obtenida de la tercera intervención donde se trabajó la parte continua y discreta, en la tabla 4 muestra los resultados del desempeño individual de los estudiantes en una actividad práctica de representación de fracciones mediante el doblado de círculos. El análisis permitió observar que una mayoría significativa de estudiantes (17 de 23) logró identificar correctamente el numerador y el denominador, lo cual sugiere un nivel de comprensión conceptual sólido en esta área. Esta capacidad es esencial para la representación gráfica de fracciones y evidencia un aprendizaje funcional del contenido. En cuanto a la habilidad práctica de doblar el círculo para representar 1/2, 20 estudiantes lograron hacerlo correctamente, lo que indica que la mayoría comprendió la noción básica de dividir una figura en dos partes iguales. Sin embargo, al representar 1/4, el número de aciertos disminuye ligeramente, con 17 estudiantes que lo hicieron correctamente. Esto sugiere que, aunque la fracción 1/2 fue comprendida con mayor facilidad, la representación de 1/4 presentó un reto adicional para algunos estudiantes, posiblemente por la mayor complejidad que implica dividir en más partes iguales.

Es importante resaltar que hubo estudiantes que, a pesar de no identificar el numerador y el denominador, lograron realizar correctamente los dobleces. Este hallazgo sugiere que algunos niños pueden tener un buen desempeño en tareas manipulativas, aunque aún no dominan completamente el lenguaje simbólico de las fracciones. Por otro lado, algunos casos también evidencian la necesidad de reforzar tanto el componente teórico como práctico para lograr una comprensión integral del tema. En conjunto, los resultados muestran un balance positivo y destacan la efectividad de este tipo de actividades lúdicas para la comprensión del concepto de fracción.

En resumen, los resultados obtenidos a través de la actividad práctica reflejan la diferencia entre trabajar con fracciones como unidades continuas y discretas(ver tabla 5), tal como lo sugiere Fandiño (2015), la representación de fracciones simples como 1/2 se percibe como un "todo" continuo y resulta más accesible para los estudiantes, mientras que las fracciones más complejas como 1/4, que implican una división en partes más pequeñas, representan un desafío mayor, similar a la dificultad que puede surgir al trabajar con un conjunto discreto.

La Tabla 5 presenta los resultados obtenidos por los estudiantes durante la tercera intervención didáctica, enfocada en la comprensión de fracciones aplicadas a cantidades discretas. Este tipo de representación, en la que las fracciones se aplican a conjuntos de objetos contables y no a magnitudes continuas, suele ser una de las más difíciles para los estudiantes, como lo plantea Kieren (1988) en su subconstructo parte-todo.

Al analizar los datos, se observa que la mayoría de los estudiantes logró identificar correctamente el concepto de fracción en este contexto. De los 23 estudiantes evaluados, 21 demostraron comprender la fracción como parte de un conjunto: identificaron el numerador como la cantidad considerada y el denominador como el total de elementos, en coherencia con la visión de parte-todo discreto (Castro, 2017).

Además, esos 21 estudiantes también fueron capaces de aplicar correctamente este conocimiento al resolver las actividades, lo que indica que no solo entendieron el concepto, sino que también pudieron llevarlo a la práctica. Esto se relaciona con lo que Vergnaud (1990) llama invariantes operatorias, es decir, los conocimientos implícitos que guían la acción matemática. En su teoría de los esquemas, Vergnaud explica que los estudiantes no solo necesitan comprender los conceptos, sino también desarrollar estructuras mentales que les permitan actuar sobre ellos de manera eficaz.

Desde la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, los buenos resultados observados reflejan que la intervención permitió activar tres componentes fundamentales para el aprendizaje:

- Situaciones significativas: Las actividades se centraron en problemas contextualizados y manipulativos, lo cual favoreció que los estudiantes comprendieran el significado de las fracciones dentro de situaciones concretas y familiares, tal como lo sugiere Vergnaud (1990).

- Esquemas de acción: A través de la práctica repetida y estructurada, los estudiantes desarrollaron esquemas adecuados para resolver este tipo de problemas. Es decir, lograron establecer procedimientos correctos al relacionar el conjunto total con la parte representada por la fracción.

- Invariantes operatorias: Al resolver con éxito las tareas, los estudiantes pusieron en juego conceptos clave como "cantidad total", "parte representada" y relaciones proporcionales, lo que evidencia una comprensión funcional de los teoremas y conceptos en acción (Vergnaud, 1990; Moreira, 2002).

Conexión con los aportes de Kieren

La intervención también permite observar avances importantes en la comprensión del subconstructo parte-todo en contexto discreto, tal como lo propone Kieren (1988). En el marco teórico se señaló que los estudiantes suelen enfrentar dificultades cuando deben trasladar este concepto de contextos continuos (como una torta o una cinta) a contextos discretos (como un grupo de objetos). Sin embargo, gracias a las actividades enfocadas específicamente en colecciones de elementos, los estudiantes lograron hacer esta transición de forma efectiva, lo que refuerza su comprensión global del concepto de fracción.

El Grupo 3 (estudiantes E8, E12, E16) tuvo un desempeño sólido tanto en la comprensión conceptual como en la ejecución práctica, lo que indica una apropiación significativa del contenido trabajado.

En contraste, los estudiantes E17 y E18 del Grupo 1 mostraron resultados opuestos. Mientras E18 logró comprender y aplicar el concepto, E17 no logró evidenciar avances en ninguna de las dos dimensiones. Esto podría deberse a un esquema cognitivo inadecuado o aún en desarrollo, lo que sugiere la necesidad de una atención más personalizada.

En general, los resultados positivos obtenidos refuerzan la idea de que el uso de materiales concretos y actividades contextualizadas, tal como propone la secuencia didáctica basada en Montessori (1984) y respaldada por Orozco (2013), puede ser una herramienta eficaz para construir una comprensión sólida del concepto de fracción desde una perspectiva discreta.

Análisis del pre-test y postest

A partir del análisis comparativo entre el pre-test y el postest de los estudiantes E1 a E23, se observó un progreso significativo en los niveles de desempeño luego de las intervenciones basadas en la teoría de Vergnaud. En el pre-test, predominaban los niveles Básico (B) y Avanzado (A), mientras que en el postest la mayoría de los estudiantes alcanzaron el nivel Excelente (E), lo que evidencia una mejora en la comprensión del concepto de fracción.

Por ejemplo, estudiantes como E1, E3, E6, E10, E13, E21 y E22, que inicialmente se ubicaban en niveles Básico o Avanzado, lograron pasar a Excelente en el postest. Casos destacados incluyen a E6, quien pasó de Básico a Excelente, y E3, que mantuvo un desempeño alto al subir de Avanzado a Excelente. Además, estudiantes como E5, E7, y

E11 mantuvieron un nivel Excelente en ambas evaluaciones, lo que refleja una consolidación de sus conocimientos.

Finalmente, cabe destacar el caso del estudiante E17, quien en el pre-test se ubicaba en el nivel Básico, pero en el postest aparece como Insatisfactorio debido a que no respondió (NR) a ninguna pregunta. Esto podría estar relacionado con factores externos al proceso de enseñanza-aprendizaje. En resumen, los resultados evidencian que las intervenciones basadas en la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud contribuyeron significativamente al progreso de la mayoría de los estudiantes.

CONCLUSIONES

Los estudiantes comprenden el concepto de fracción de manera fragmentada, según el subconstructo y el tipo de representación empleada. El subconstructo parte-todo en cantidades discretas fue el más dominado, mientras que, en cantidades continuas, especialmente con divisiones en tercios, presentó dificultades. El subconstructo de cociente fue el menos comprendido, reflejando limitaciones en el razonamiento divisional. Por otro lado, el uso de esquemas gráficos facilitó avances en el subconstructo de operador, respaldando la teoría de Vergnaud. Aunque el subconstructo de razón tuvo el menor éxito, algunos estudiantes lograron interpretarlo mediante comparaciones proporcionales.

La secuencia didáctica basada en la teoría de campos conceptuales demostró ser efectiva al promover el aprendizaje a través de situaciones y representaciones variadas. Las intervenciones fortalecieron los distintos significados de las fracciones (parte-todo, medida, operador y cociente), favoreciendo una comprensión más profunda y contextualizada. La integración de estrategias lúdicas y manipulativas incentivó la participación activa y el aprendizaje significativo. Así, la secuencia validó los principios de Vergnaud, evidenciando que la diversidad de situaciones didácticas consolida esquemas conceptuales sólidos y transferibles.

REFERENCIAS

Arias, F. (2006). El proyecto de investigación (6a ed.). Editorial Episteme.

Avila, A. (2019). Significados, representaciones y lenguaje: las fracciones en tres generaciones de libros de texto para primaria. Educación Matemática, 31(2), 22–60.

Acosta Socas, I., & Brito Perdomo, M. (2021). Educar a través de materiales didácticos diseñados con filosofía María Montessori y Reggio Emilia.

Barrantes, H. (2006). *La teoría de los Campos Conceptuales de Gérard Vergnaud*. Costa Rica.

Bos, María Soledad., Vegas, Emiliana; Viteri., Adriana., Zoido, Pablo. (2018). *resultados de la evaluación PISA-D en Honduras*. http://dx.doi.org/10.18235/0001475

Brousseau, G. (2000), "Educación y didáctica de las matemáticas", Educación Matemática, México, Iberoamérica, 12 (1), 5-38.

Castro Mora, O. R. (2017). Comprensión del concepto de fracción en los estudiantes en formación inicial de educación primaria: una mirada desde la teoría de campos conceptuales.

Díaz Godino, J., Batanero Bernabéu, C., Cid, E., Font, V., Roa Guzmán, R., & Ruiz, F. (2004). Didáctica de las matemáticas para maestros.

Fandiño, M. I. (2015). Las fracciones: aspectos conceptuales y didácticos. En L. A. Hérnandez, J. A. Juárez, & J. Slisko, Tendencias en la educación matemática basada en la investigación. (págs. 25-38). México.

Freudenthal, H. (1983). Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas. *Dordrecht, The Netherlands: D. Reidel*.

Fuenlabrada, I. (1996). *Procedimiento de solución de niños de primaria en problemas de reparto.* Distrito Federal, México: Revista Mexicana de Investigación Educativa.

García, Y. R. (2007). Una ingeniería didáctica aplicada sobre fracciones. *Omnia*, *13*(2), 120-157.

Informe Nacional de Rendimiento Académico. (2019). https://www.se.gob.hn/media/files/c_evaluacion/documentos/2019_Informe_Nacional_de_Rendimiento_Acad%C3%A9mico.pdf

Morán, D. (2011). Introducción a la Fenomenología. (P. F. Merrifield, Trad.) Barcelona.

Nieto Galarza, J. C. (2023). El uso de material didáctico para favorecer el aprendizaje de la fracción en su significado de operador en un grupo de primer grado de secundaria.

Obaya, A. y Ponce R. (2007). La Secuencia didáctica como herramienta del proceso enseñanza aprendizaje en el área de Químico Biológicas.

Orozco, A. M. M., & Henao, A. M. G. (2013). El material didáctico para la construcción de aprendizajes significativos. Revista Colombiana de Ciencias Sociales, 4(1), 101-108.

Pruzzo de Di Pego, V. (2012). Las fracciones: ¿Problema de aprendizaje o problemas de la enseñanza? Revista Pilquen, XIV(8), 1-14.

Sánchez, M. J., Fernández, M., & Diaz, J. C. (2021). Técnicas e instrumentos de recolección de información: análisis y procesamiento realizado por el investigador cualitativo. Revista científica UISRAEL, 8(1), 107-121.

Valdemoros, M. E., & Ruiz, E. F. (2008). El caso de Lucina para el estudio de las fracciones en la escuela de adultos. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, *11*(1), 127-157.

Vergnaud, G. (1990). La teoría de los campos conceptuales. *Recherches en didactique des mathématiques*, *10*(2), 3.

Zarzar, C. B. (2013). El aprendizaje de fracciones en educación primaria: una propuesta de enseñanza en dos ambientes. *Horizontes pedagógicos*, *15*(1).