



Olimpiada Departamental de Matemáticas 2023

Nivel Básico

Sábado 14 de octubre de 2023

Departamento: _____ Código: _____ Grado: _____

Problema 1. Ana le dice a Beatriz: “Estoy pensando en un número de dos cifras, y el producto de esas dos cifras es 36”, al ver las posibilidades, Beatriz le pide más datos, a lo que Ana responde: “Te podría decir la suma de sus cifras, pero no sería suficiente para que supieras con seguridad el número que pienso. En lugar de eso, te diré que mi número es menor que 70”. ¿En qué número está pensando Ana?

Problema 2. Rodrigo, Saúl, Tomás y Ulises son cuatro hermanos que compraron juntos un terreno que costó \$18,000, se sabe que:

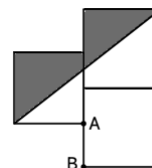
- a) Lo que pagó Rodrigo equivale a la mitad de lo que pagaron sus otros tres hermanos.
- b) Lo que pagó Saúl equivale a la tercera parte de lo que pagaron los otros tres hermanos.
- c) Lo que pagó Tomás equivale a la cuarta parte de los que pagaron sus otros tres hermanos.

¿Cuánto pagó Ulises?

Problema 3. Se arrojan tres dados. El resultado del primer dado se multiplica por 7, luego se suma el resultado del segundo dado y se multiplica todo por 7, por último, se suma el resultado del tercer dado, obteniéndose 136. ¿Cuál es la suma de los resultados de los tres dados?

Problema 4. Decimos que un entero positivo es Paceño cuando tiene exactamente un divisor que es cuadrado perfecto. Por ejemplo, el número 6 es Paceño porque entre sus divisores 1, 2, 3, 6, el único que es cuadrado perfecto es el $1 = 1^2$; mientras que 45 no es Paceño porque tiene dos divisores que son cuadrados perfectos. ¿Cuántos enteros positivos Paceños menores que 100 hay?

Problema 5. La siguiente figura se ha construido con dos cuadrados de 20 cm de lado y un cuadrado de 18 cm de lado. Determine el área de la región sombreada, en cm^2 , si se sabe que el segmento AB mide 13 cm.



Problema 6. En la siguiente figura se puede observar que hay seis rectángulos en total. La suma de los perímetros de esos seis rectángulos es 138 cm y la suma de sus áreas es $198 cm^2$. Determine el valor de x , si se sabe que es un número entero.





Olimpiada Departamental de Matemáticas 2023

Primera ronda departamental de selección de talento matemático Nivel Medio

Sábado 14 de octubre de 2023

Departamento: _____ Código: _____ Grado: _____

Problema 1. Rodrigo, Saúl, Tomás y Ulises son cuatro hermanos que compraron juntos un terreno que costó \$18,000, se sabe que:

- a) Lo que pagó Rodrigo equivale a la mitad de lo que pagaron sus otros tres hermanos.
- b) Lo que pagó Saúl equivale a la tercera parte de lo que pagaron los otros tres hermanos.
- c) Lo que pagó Tomás equivale a la cuarta parte de los que pagaron sus otros tres hermanos.

¿Cuánto pagó Ulises?

Problema 2. Decimos que un entero positivo es Paceño cuando tiene exactamente un divisor que es cuadrado perfecto. Por ejemplo, el número 6 es Paceño porque entre sus divisores 1, 2, 3, 6, el único que es cuadrado perfecto es el $1 = 1^2$; mientras que 45 no es Paceño porque tiene dos divisores que son cuadrados perfectos. ¿Cuántos enteros positivos Paceños menores que 100 hay?

Problema 3. Sea $a_1, a_2, \dots, a_{100}$ una secuencia de 100 términos donde $a_1 = 1, a_2 = 1, a_3 = 2$ y en el cuál se cumple que la suma de cualesquiera cuatro términos consecutivos es igual a su producto. Hallar la suma de todos los términos de la secuencia.

Problema 4. Luisa dibujó en un cuaderno un cuadrado $ABCD$ y trazó la diagonal BD . Luego, trazó un segmento que une un punto del lado AB con un punto del lado BC . De esta forma el cuadrado quedó dividido en cuatro partes: dos triángulos y dos cuadriláteros. Se sabe que un ángulo interior de uno de los cuadriláteros mide 83° , determine la medida del mayor ángulo interior del otro cuadrilátero.

Problema 5. Sean x, y número reales positivos tales que $x \neq y$, además:

$$\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2} = \frac{2}{1+xy}$$

Determine el menor valor posible de $(1+2x^2)(1+18y^2)$

Problema 6. Sea ω una semicircunferencia fija de diámetro $AB = 16$. Sea P un punto variable del diámetro AB y Q un punto sobre ω tal que QP es perpendicular a AB . Sea M el punto medio del segmento PQ . La recta que pasa por M y es perpendicular a PQ corta los arcos AQ y QB en los puntos C y D , respectivamente. (C y D están sobre ω) ¿Cuál es el mayor valor posible de la diferencia de las áreas de los cuadriláteros $PMBD$ y $PMCA$?