

COMPENDIO MATEMÁTICO II PAC 2026

Autoridades Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán

Dra. Lexy Concepción Medina Mejía

Rectora

Dra. Ana Melissa Merlo Romero

Vicerrectora Académica

Dr. José Hernán Montufar Chinchilla

Vicerrector de Investigación y Postgrado

Dr. José Darío Cruz Zelaya

Vicerrector Administrativo

Dr. Carlos Gerardo Aguilar Núñez

Vicerrector de Educación Abierta y a Distancia

Dr. Hermes Alduvín Díaz Luna

Vicerrector de Internacionalización

Dr. Bartolomé Chinchilla Chinchilla

Vicerrector de Vida Estudiantil

M. Sc. Karen Eugene Amador Sierra

Secretaria General

M. Sc. Jaime Leonel García

Director Centro Universitario Regional de San Pedro Sula

M. Sc. Alba Rosa González

Decana Facultad de Ciencias Básicas

Sección Académica de Ciencias Matemáticas del CURSPS

M. Sc. Mario Roberto Canales Villanueva

Jefe de Sección Académica de Ciencias Matemáticas CURSPS

M. Sc. Juan Pineda

Secretario

Dr. Edgar Vásquez Alberto

M. Sc. Fray Valentín Cloter

M. Sc. Geovanni Javier Andino Sevilla

M. Sc. Juan Carlos Iglesias

M. Sc. Rafael Antonio Hernández

Dr. Selvin Nodier Galo

M. Sc. Víctor Adolfo Cárdenas Pérez

Edición y Diseño

M. Sc. Víctor Adolfo Cárdenas Pérez

Revisión

M. Sc. Mario Roberto Canales Villanueva

Publicado el 11 de julio de 2026

© **2026 Sección Académica de Ciencias Matemáticas**, Centro Universitario Regional de San Pedro Sula, Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán.

Esta obra está bajo una licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0). Usted es libre de compartir — copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato — bajo las siguientes condiciones: atribución, uso no comercial y sin obras derivadas. Para más información, visite: <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.es>

Introducción

Este trabajo es una recopilación de las presentaciones (de Power Point) utilizadas por los ponentes durante las Conferencias de Matemáticas del II PAC 2026 realizadas el 1 de julio de 2026. Cabe destacar que las Conferencias de Matemáticas es una actividad que se desarrolla cada período, promoviendo una cultura de participación estudiantil y docente, de lectura y redacción científica; y el intercambio de ideas.

El presente Compendio Matemático tiene como objetivo general preservar el registro histórico de las ponencias presentadas durante las Conferencias de Matemáticas de cada período académico, poniéndolas a disposición de la comunidad estudiantil como un recurso digital de consulta.

Para esta edición se compilaron cinco resúmenes de las ponencias realizadas: *Teorema de Midy*, por M. Sc. Juan Carlos Iglesias; *Casos y cosas de las matemáticas*, por M. Sc. Mario Canales; *Matemáticas y fútbol: un recorrido por el mundial*, por los estudiantes Melissa Morales, Pablo Alvarado y Walter Ford; *Hablemos sobre el uso ético de IA, y sobre cuáles podemos usar en investigación*, por M. Sc. Víctor Cárdenas; y *Problematización del saber para el diseño de tareas: el caso de la medición*, por el Dr. Selvin Galo Alvarenga.

Contenido del compendio

1. Teorema de Midy, M. Sc. Juan Carlos Iglesias ... p. 5
2. Casos y cosas de las matemáticas, M. Sc. Mario Canales ... p. 8
3. Matemáticas y fútbol: un recorrido por el mundial, Profa. Melissa Morales, Prof. Pablo Alvarado, Prof. Walter Ford ... p. 13
4. Hablemos sobre el uso ético de IA, y sobre cuáles podemos usar en investigación, M. Sc. Víctor Cárdenas ... p. 20
5. Problematicación del saber para el diseño de tareas: el caso de la medición, Dr. Selvin Galo Alvarenga ... p. 24
6. Momentos de la actividad... p. 34

Teorema de Midy

M. Sc. Juan Carlos Iglesias

Historia: Étienne Midy



Étienne Midy (c. 1775 – 1850) fue un profesor de matemáticas francés que enseñó en Nantes y Orléans. Publicó sus hallazgos en 1836 en un panfleto titulado: *"De quelques propriétés des nombres et des fractions décimales périodiques"*.

Introducción

El teorema de Midy es un resultado interesante, inadvertido entre fracciones y números primos, que brilla con una sencillez majestuosa. Considera una fracción, ya reducida, donde el numerador sea un número natural y el denominador un número primo mayor que 5. En ese caso, la expresión decimal de la fracción será un número periódico puro.

Ejemplos Prácticos:

- Ejemplo 1: $2/13$
 - $2/13 = 0.153846153846... = 0.\overline{153846}$
 - Observamos que el periodo es de 6 dígitos.
 - $153 + 846 = 999$
- Ejemplo 2: $5/17$
 - $5/17 = 0.\overline{2941176470588235}$
 - Observamos que el periodo es de 16 dígitos.
 - $29411764 + 70588235 = 99999999$

Demostración Intuitiva (Caso $1/7$)

Veamos una forma intuitiva de ver la demostración, para esto consideremos un caso especial: $1/7 = 0.\overline{142857}$.

Usando el hecho de que $1 = 0.\overline{9999}...$, transformamos la fracción:

- $0.\overline{9999}/7 = 0.\overline{142857}$
- $9/7 = 1.\overline{285714}$

- $99/7 = 14.\overline{142857}$
- $999/7 = 142.\overline{714285}$
- $9999/7 = 1428.\overline{428571}$
- $99999/7 = 14285.\overline{571428}$
- $999999/7 = 142857$

$$\frac{1}{7} = \frac{0.999999999999}{7}$$

$$= 0.142857142857$$

Enunciado Formal del Teorema de Midy

Sea a/p una fracción donde $a < p$ y $p > 5$ es un número primo. Suponiendo que la expansión decimal tiene periodo par, es decir:

$$a/p = 0.a_1a_2\dots a_{2k-1}a_{2k}$$

Entonces:

$$a_1a_2\dots a_k + a_{k+1}a_{k+2}\dots a_{2k} = 999\dots 9 \text{ (} k \text{ dígitos)}$$

DMS:

Pasos de la demostración:

1. $\frac{a}{p} = 0.\overline{a_1a_2\dots a_{2k}}$
2. $\frac{a}{p} \times 10^{2k} = a_1a_2\dots a_{2k}.\overline{a_1a_2\dots a_{2k}}$
3. $\frac{a}{p} \times 10^{2k} = a_1a_2\dots a_{2k} + 0.\overline{a_1a_2\dots a_{2k}}$
4. $\frac{a}{p} \times 10^{2k} = a_1a_2\dots a_{2k} + a/p$
5. $\frac{a}{p} \times (10^{2k} - 1) = a_1a_2\dots a_{2k}$
6. $\left(\frac{a}{p}\right) * (10^k + 1)(10^k - 1) = A \times 10^k + B$ (Donde $A = a_1a_2\dots a_k$ y $B = a_{k+1}\dots a_{2k}$)
7. $\frac{a(10^k + 1)}{p} = \frac{A \times 10^k + B}{10^k - 1}$

Entonces:

$$\frac{A \times 10^k + B}{10^k - 1} = \frac{A \times 10^k - A + A + B}{10^k - 1} = A + \frac{A + B}{10^k - 1}$$

Por lo que se puede concluir que $\frac{A+B}{10^k-1}$ es un entero. Recordemos que A y B tienen k cifras por lo que se cumple que $A + B < 2(10^k - 1)$. De todo esto resulta que:

$$\frac{A + B}{10^k - 1} = 1 \leftrightarrow A + B = 10^k - 1$$

Conclusiones finales

¿Qué pasa si el período no es par?

En $5/17 = 0.2941176470588235$, aunque este es par, ¿qué resulta si tomamos grupos de 4 dígitos?

$$2941 + 1764 + 7058 + 8235 = 19998 = 2 \times 9999$$

¿O si tomamos de dos cifras?

$$29 + 41 + 17 + 64 + 70 + 58 + 82 + 35 = 396 = 4 \times 99$$

Casos y cosas de las matemáticas

M. Sc. Mario Canales

Introducción

En esta sección se abordan la resolución de diferentes problemas matemáticos mediante estrategias no usuales. Se invita al lector a buscar otras alternativas o proponer más problemas con diferentes formas para resolver.

Problema 1: Suma de valores cercanos a 80

$$\begin{aligned} &82 + 78 + 86 + 77 + 81 + 77 \\ &= (80 \times 6) + (2 - 2 + 6 - 3 + 1 - 3) \\ &= 480 + (7) = 487 \end{aligned}$$

Problema 2: División entre 111

$$(765 + 576 + 657) \div 111$$

Modificamos el dividendo

$$\begin{aligned} 777 + 666 + 555 &= 765 + 576 + 657 \\ 111(7) + 111(6) + 111(5) \\ 111(7 + 6 + 5) &= 111(18) \end{aligned}$$

Regresamos a la división original

$$111(18) \div 111 = 18$$

Problema 3: Multiplicación y Suma

- $25 \times (782 + 783 + 785 + 786)$

Notemos que:

- $(782 + 783 + 785 + 786)$
- $= (700 + 80 + 2 + 700 + 80 + 3 + 700 + 80 + 5 + 700 + 80 + 6)$
- $= 700 \times 4 + 80 \times 4 + 16$
- $= 700 \times 4 + 80 \times 4 + 4 \times 4$
- $= 4 \times (700 + 80 + 4) = 4 \times 784$

Completando los cálculos:

- $25 \times (782 + 783 + 785 + 786) = 25 \times 4 \times 784 = 100 \times 784 = 78400$

Problema 4: Resolver $28 \times 21 + 188 \times 49$

$$\begin{aligned} & 28 \times 21 + 188 \times 49 \\ &= 4 \times 7 \times 3 \times 7 + 188 \times 49 \\ &= 49 \times 12 + 188 \times 49 \\ &= 49(12 + 188) \\ &= 49 \times 200 = 9800 \end{aligned}$$

Problema 5: Resolver $\sqrt{11115556}$

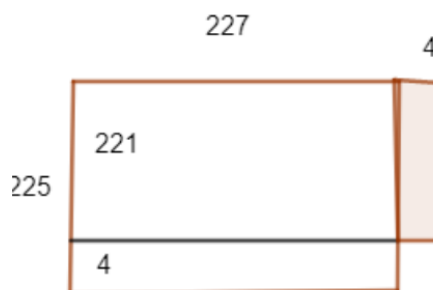
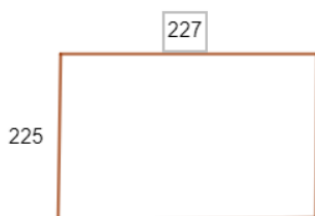
Primero trabajamos el radicando y transformamos en una expresión algebraica.

- $11115556 = 11115555 + 1 = 11110000 + 55555 + 1$
- $= 1111000 + (1111)5 + 1$ (*Sustituir 1111 = A*)
- $= 10000A + 5A + 1$
- $= 9999A + A + 5A + 1$ (*Volver a sustituir*)
- $= 9 \times 1111A + 6A + 1$
- $= 9A^2 + 6A + 1 = (3A + 1)^2$

Sustituimos el valor algebraico en la raíz cuadrada:

- $\sqrt{11115556} = \sqrt{(3A + 1)^2} = (3A + 1) = 3(1111) + 1 = 3333 + 1 = 3334$

Problema 6: Operación geométrica/multiplicación



$$227 \times 225 - 231 \times 221$$

$$227 \times 4 - 221 \times 4$$

$$4(227 - 221)$$

$$4 \times 6 = 24$$

Problema 7: Suma de fracciones

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{21} + \frac{1}{28}$$

$$\frac{1}{N(N+1)} = \frac{1}{N} - \frac{1}{N+1}$$

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56}\right) \times 2$$

$$\left(\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8}\right) \times 2$$

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8}\right) \times 2$$

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8}\right) \times 2$$

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Problema 8: suma y resta de fracciones

$$\frac{5}{6} - \frac{7}{12} + \frac{9}{20} - \frac{11}{30} + \frac{13}{42} - \frac{15}{56}$$

$$\frac{a+b}{ab} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\frac{2+3}{2 \times 3} - \frac{3+4}{3 \times 4} + \frac{4+5}{4 \times 5} - \frac{5+6}{5 \times 6} + \frac{6+7}{6 \times 7} - \frac{7+8}{7 \times 8}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{7} - \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

Problema 9: solución de ciertas ecuaciones

$$(x + 1)(x + 2)(x + 3) = 336$$

$$(x + 1)(x + 2)(x + 3) = 2^4 * 3 * 7$$

$$(x + 1)(x + 2)(x + 3) = 6 * 7 * 8$$

$$\text{Por lo tanto, } x = 5$$

336	2
168	2
84	2
42	2
21	3
7	7
1	

Problema 8: Sistema de Ecuaciones

- $5X + 2Y = 12$
- $4X + 3Y = 11$

1. Mediante regla de Cramer (sin ilustrar de forma explícita el proceso completo)

$$X = \frac{\begin{vmatrix} 12 & 2 \\ 11 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{36 - 22}{15 - 8} = \frac{14}{7} = 2$$

$$Y = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 12 \\ 4 & 11 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{55 - 48}{15 - 8} = \frac{7}{7} = 1$$

2. Mediante arreglos algebraicos

$$4X + 3Y = 11$$

$$4X + X - X + 2Y + Y = 11$$

$$5X + 2Y - X + Y = 11$$

$$12 - X + Y = 11$$

$$-X + Y = -1$$

$$X - Y = 1$$

$$5X - 5Y = 5$$

$$5X + 2Y - 2Y - 5Y = 5$$

$$12 - 7Y = 5$$

$$-7Y = 5 - 12$$

$$-7Y = -7$$

$$Y = 1$$

$$X = 2$$

Matemáticas y fútbol: un recorrido por el mundial

Profa. Melissa Morales

Prof. Pablo Alvarado

Prof. Walter Ford

Introducción

Cada cuatro años, millones de personas en todo el mundo intentan responder las mismas preguntas con respecto al evento deportivo más grande del planeta:

- ¿Quién será el campeón del mundo?
- ¿Cuál equipo tiene estadísticamente más probabilidades de ganar?
- ¿Por qué a veces los grandes favoritos quedan eliminados en primera ronda?
- ¿Son los penales una simple cuestión de suerte o azar?

Detrás de todas estas interrogantes se encuentran las matemáticas. El objetivo de este documento es *descubrir cómo la probabilidad, la estadística y la combinatoria están presentes en cada etapa del torneo, desde el sorteo de grupos hasta la gran final del Mundial.*

El Sorteo y la Fase de Grupos

¿Cómo se organiza un grupo?

En la fase de grupos tradicional de un mundial, cada grupo está compuesto por 4 equipos que se enfrentan entre sí una sola vez. Para determinar cuántos partidos se juegan en total dentro de un solo grupo, utilizamos la fórmula de combinaciones sin repetición:

$$\text{Fórmula: } C(n, k) = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Para un grupo de 4 equipos tomados de 2 en 2:

$$C(4, 2) = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{24}{2 \times 2} = 6 \text{ partidos.}$$

Por lo tanto, se juegan exactamente 6 partidos en cada grupo.

¿De cuántas formas distintas puede terminar un grupo?

En cada partido de fútbol existen 3 resultados posibles para un equipo: ganar, empatar o perder (o visto de otra forma: Gana A, Empate, Gana B). Al haber 6 partidos independientes por grupo, el número total de combinaciones de resultados posibles se calcula como:

$$3^6 = 729 \text{ resultados posibles distintos para cada grupo.}$$

Esta enorme cantidad de escenarios es la razón matemática por la cual es tan difícil predecir con exactitud las clasificaciones finales: un pequeño detalle o un gol de último minuto puede alterar por completo el orden de la tabla de posiciones.

Antes de que ruede el balón: ¿Quién es favorito?

Para evaluar el rendimiento de los equipos antes del torneo, se suelen emplear dos herramientas principales:

- Ranking FIFA: Ordena a las selecciones según su desempeño en partidos oficiales recientes. No determina un resultado de manera infalible, proporciona una métrica base sobre el nivel relativo de cada equipo.
- Casas de apuestas y modelos predictivos: Las casas de apuestas usan modelos matemáticos y estadísticos para asignar probabilidades a cada resultado de un partido: ganar, empatar o perder.

¿Qué significa realmente tener un 70% de probabilidades de ganar?

No significa que el equipo ganará seguro. Significa que, si se jugaran 100 partidos similares en las mismas condiciones, se espera que gane aproximadamente 70 de ellos.

Interpretación correcta de las probabilidades

- No predicen el resultado exacto
- Miden que tan probable es que ocurra un evento.
- Siempre existe incertidumbre

Durante el partido: ¿Se pueden predecir goles?

Promedio de goles por partido (λ)

Cada equipo tiene un promedio de goles a favor (λ). Ejemplo: Cada equipo marca en promedio dos goles por partido.

Distribución de Poisson

Se usa para modelar el número de goles que puede marcar un equipo en un partido. Si $\lambda=2$, la probabilidad de anotar k goles es:

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \times \lambda^k}{k!}$$

Donde k representa el número exacto de goles a anotar y e es la constante de Euler (~ 2.71828). A continuación, se presenta la tabla de probabilidad si un equipo tiene un promedio de $\lambda = 2$ goles por partido:

Goles (k)	Fórmula	Probabilidad	Porcentaje
0	$e^{-2} \frac{2^0}{0!}$	0.1353	13.5 %
1	$e^{-2} \frac{2^1}{1!}$	0.2707	27.1 %
2	$e^{-2} \frac{2^2}{2!}$	0.2707	27.1 %
3	$e^{-2} \frac{2^3}{3!}$	0.1804	18.0 %
4 o más	$1 - P(0) - P(1) - P(2) - P(3)$	0.1430	14.3 %

¿Cómo se utilizan estos modelos?

Permiten estimar resultados probables, comparar equipos, analizar estrategias y tomar mejores decisiones.

De Octavos a la Final: La Probabilidad Acumulada del Campeón

- Formato del torneo: A partir de los octavos de final, el Mundial se transforma en una estructura de eliminación directa sin margen de error.
- Ruta Crítica: Para ser campeón desde esta instancia, una selección debe superar exactamente 4 etapas consecutivas:
Octavos → Cuartos → Semifinal → Gran Final.
- Sustento Probabilístico: Asumiendo que el rendimiento de un equipo es constante y que cada partido es un evento independiente, la probabilidad de éxito acumulado se calcula mediante la Regla del Producto para la intersección de eventos:

$$P(A \cap B \cap C \cap D) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) \cdot P(D) = p^4$$

Ejemplo práctico con una selección "Súper Favorita"

"Súper Favorita": (Como Francia y Argentina)

Probabilidad fija: 75% ($p = 0.75$) → Ganar cualquier partido individual.

$$P(\text{Campeón}) = (\text{Ganar octavos} \cap \text{Ganar Cuartos} \cap \text{Ganar semi} \cap \text{Ganar final})$$

$$P(\text{Campeón}) = p * p * p * p = p^4$$

$$P(\text{Campeón}) = p^4$$

$$(0.75)^2 = 0.5625$$

(Probabilidad de llegar a semis: 56.25%)

$$(0.75)^3 = 0.421875$$

(Probabilidad de llegar a la final: 42.19%)

$$P(\text{Campeón}) = (0.75)^4 = 0.316406 \approx 31.64\%$$

La Tanda de Penales: ¿Suerte o Matemática?

Teoría de Juegos: La ejecución de un penal no es azar absoluto; se modela como un juego simultáneo de suma cero bajo el Equilibrio de Nash en Estrategias Mixtas (distribución aleatoria de direcciones).

Modelado Estocástico: El rendimiento colectivo en una tanda obligatoria de 5 lanzamientos se comporta como un experimento de Bernoulli repetido, regido por la Distribución Binomial:

$X \sim B(n, p)$, donde:

- $n = 5$ (número de lanzamientos)
- $p = 0.8$ (probabilidad de anotar)
- $q = 0.2$ (probabilidad de fallar)

La función de probabilidad de masa es:

$$P(X = k) = \binom{5}{k} \cdot p^k \cdot q^{5-k}$$

Escenarios comunes si la probabilidad individual de anotar un penal es $p = 0.8$ (80%):

- Tanda Perfecta (Anotar los 5 tiros): $P(X = 5) = (0.8)^5 \approx 32.8\%$
- Anotar exactamente 4 penales: $\approx 41.0\%$
- Fallar al menos un penal en la tanda: $1 - P(X = 5) \approx 67.2\%$

El Campeón del Mundo: ¿Se puede predecir?

1. Análisis Multivariado y Big Data

Las empresas de estadística recopilan millones de datos estructurados en matrices complejas (posicionamiento óptimo, mapas de calor, goles esperados) y aplican modelos de Regresión Logística.

2. Simulaciones de Montecarlo

Los algoritmos computacionales no hacen un cálculo lineal; ejecutan el torneo completo entre 10,000 y 100,000 veces en simulaciones estocásticas para asignar densidades de probabilidad a cada país.

3. Sistemas Caóticos y el "Efecto Mariposa"

El fútbol es un sistema dinámico no lineal. Pequeñas alteraciones en las variables iniciales provocan el efecto mariposa, limitando cualquier modelo determinista. El sistema caótico se activa si:

- ➔ Las condiciones iniciales de la matriz cambiaron por completo.
- ➔ Destruyendo instantáneamente el valor predictivo que el algoritmo.

4. Variables Impredecibles (La ruptura del modelo):

Un modelo de Big Data otorga a una selección un 85% de probabilidad de ganar un partido, basándose en su historial.

5. Modelos Dinámicos e Inferencia Bayesiana

Modelos Dinámicos: Para corregir la rigidez de las predicciones pretorneo, las inteligencias artificiales de analítica en vivo recalculan probabilidades usando la Inferencia Bayesiana.

Fundamento Matemático: El Teorema de Bayes permite actualizar una probabilidad *a priori* y convertirla en una probabilidad *a posteriori* condicionado a la ocurrencia de un nuevo evento:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

Para ver cómo funciona esta actualización algorítmica en tiempo real, desarrollemos el siguiente planteamiento bayesiano:

Argentina:

- Probabilidad a priori de ser campeona: $P(C)=0.18$
- Datos Históricos / Jugador clave se lesione de gravedad: $P(L)=0.05$
- Datos Históricos / Campeones / Lesión de su estrella en el debut:
 $P(L/C) = 0.01$

Si en el partido inaugural ocurre la lesión del jugador. ¿cuál es la nueva probabilidad real de que sean campeones dado que ocurrió el evento adverso?

$$P(C | L) = \frac{(0.01) \cdot (0.18)}{0.05} = \frac{0.0018}{0.05} = 0.036 = \mathbf{3.6\%}$$

Conclusión

Las matemáticas nos permiten medir y comparar probabilidades, pero el fútbol siempre guarda espacio para la sorpresa.

La belleza del mundial está en que nada está escrito hasta el último minuto de la final.

Hablemos sobre el uso ético de IA, y sobre cuáles podemos usar en investigación.

M. Sc. Víctor Cárdenas

Introducción

En esta ponencia se detallan algunas IA que los estudiantes pueden utilizar para apoyarse en sus trabajos académicos y proyectos de investigación. Se abordan y explican algunos puntos éticos que deben considerar al momento de utilizar estas herramientas digitales.

Algunas IA que podemos utilizar:

ChatGPT (OpenAI)

- El más versátil y popular
- Redacción, análisis, código, resúmenes. Enorme ecosistema de plugins.

Perplexity (Perplexity AI)

- Buscador con fuentes
- Respuestas con citas verificables. Modo académico integrado.

Claude (Anthropic)

- Razonamiento profundo
- Ideal para textos largos, análisis complejos y precisión académica.

Grok (xAI / X)

- Acceso a datos de X/Twitter
- Información en tiempo real desde redes sociales. Análisis de tendencias.

Gemini (Google)

- Conectado a la web
- Búsqueda en tiempo real, integración con Google Docs y Drive.

NotebookLM (Google)

- Analiza tus propios docs
- Sube artículos, tesis o papers y conversa con ellos. Ideal para revisión de literatura.

¿Cómo podemos utilizarlas?

ChatGPT

- Redacción y mejora de textos

- Análisis con código (Data Analyst)
- Tablas y formatos APA
- Resúmenes de documentos

Gemini

- Búsqueda de información actualizada
- Integración con Google Docs/Drive
- Estado del arte y literatura reciente
- Estadísticas de organismos oficiales

Grok

- Tendencias en redes sociales
- Información en tiempo real (X/Twitter)
- Análisis de opinión pública
- Datos emergentes no publicados

Claude

- Razonamiento y lógica argumentativa
- Lectura de documentos extensos
- Revisión de metodología
- Crítica de instrumentos (escalas, ítems)

Perplexity

- Respuestas con fuentes verificables
- Modo académico (papers/journals)
- Construcción de bibliografía inicial
- Exploración rápida de temas nuevos

NotebookLM

- Analiza tus propios PDF/artículos
- Preguntas sobre tus fuentes
- Generación de resúmenes de literatura
- Podcast de tus documentos

¿Qué debemos evitar?

- Copiar sin entender Pegar respuestas de la IA sin leerlas, comprenderlas ni verificarlas. Si no puedes explicarlo con tus palabras, no estás listo para entregarlo.
- Usarla para exámenes o tareas individuales Si la actividad evalúa tus competencias personales, usar IA para hacerla es deshonestidad académica, independientemente de si te descubren.

- Asumir que la IA tiene razón La IA comete errores de razonamiento, especialmente en metodología avanzada. Úsala como punto de partida, no como autoridad final.
- Inventar referencias Las IAs pueden 'alucinar' citas que no existen. SIEMPRE verifica cada referencia en Google Scholar, Perplexity o la base de datos de tu institución.
- Confiar en datos sin verificar La IA puede dar estadísticas incorrectas o desactualizadas. Para datos numéricos, siempre acude a la fuente primaria (INEGI, BM, OPS, etc.).
- Subir datos confidenciales No compartas datos personales de participantes, información sensible de tu institución o datos no publicados en plataformas de IA comerciales.

Aspectos éticos

- Autoría y reconocimiento La IA es una herramienta, no un coautor. Si la usaste en tu investigación, debes declararlo explícitamente en la metodología o en los agradecimientos, según lo exija tu institución.
- Transparencia en publicaciones Revistas científicas cada vez más exigen declarar el uso de IA. Nature, Science y otras ya tienen políticas explícitas al respecto.
- Honestidad académica Usar IA para hacer trabajo que deberías hacer tú es una forma de deshonestidad académica. La IA puede apoyar tu proceso, pero no puede reemplazar tu pensamiento crítico.
- Sesgos en los modelos Los modelos de IA reflejan los sesgos de sus datos de entrenamiento. Pueden reproducir estereotipos o favorecer perspectivas de ciertos grupos o idiomas (principalmente inglés).

Conclusiones

¿Qué está permitido?

- Usar IA para pulir tu redacción propia
- Pedir explicaciones de conceptos estadísticos
- Generar borradores que luego reescribes
- Revisar gramática y ortografía
- Analizar tus propios documentos con NotebookLM
- Explorar fuentes y referencias iniciales

¿Qué debemos evitar?

- Pedir a la IA que redacte secciones completas
- Usar respuestas sin comprenderlas del todo
- No declarar el uso de IA en trabajos finales
- Mezclar texto propio y de IA sin distinguirlos

¿Qué cosas no debemos hacer?

- Entregar texto de IA como completamente propio
- Fabricar citas o referencias inexistentes
- Usar IA en exámenes o evaluaciones personales
- Compartir datos confidenciales de participantes

Problematización del saber para el diseño de tareas: el caso de la medición

Dr. Selvin Galo Alvarenga

Dimensiones del saber

Problematizar el saber matemático tiene como objetivo entender los usos y la razón de ser del conocimiento matemático. Para ello se analiza cómo vive este saber en la escuela, la naturaleza que lo caracteriza, las dificultades, los procesos mentales que desencadena, las representaciones sobre las cuales se accede al mismo, así como las condiciones sociales, contextuales y culturales que le dan sentido y significación.

- Dimensión Epistemológica
- Dimensión Didáctica
- Dimensión Social
- Dimensión Cognitiva

Dimensión didáctica

La dimensión didáctica está directamente relacionada con la costumbre didáctica, trata con la matemática escolar como objeto de estudio y sirve fundamentalmente para localizar y explicitar al discurso matemático escolar. (Cantoral, 2013)

- ¿Qué tipo de escenarios se emplean en la medición?
- ¿Cómo se enseña la medición?

Dimensión cognitiva

En la dimensión cognitiva del saber se analizan las formas de apropiación y significación progresivas que experimentan quienes se encuentran en situación de construcción de conocimiento; se analiza el desarrollo del pensamiento, las entidades matemáticas y los procesos avanzados del pensamiento que se involucran, en este caso, en la división con análisis del resto. (Cantoral, 2013)

¿Cómo resuelven los estudiantes problemas de medición?

¿Qué dificultades se presentan en la resolución de problemas de medición?

Dimensión didáctica y cognitiva

Existe confusión entre el perímetro y el área. No se distinguen las características específicas de cada uno. (D'Amore y Fandiño, 2007)

8 El suelo de la cocina de la casa de Inés es rectangular y está cubierto de baldosas. Cada baldosa es un cuadrado de 20 cm de lado. Inés ha contado las baldosas y le salen 20 en el lado más largo de la cocina y 15 en el lado más corto.

A ¿Cuántas baldosas hay en el suelo de la cocina?

B ¿Cuál es el perímetro (en metros) de la cocina de Inés?

$$20 + 20 + 15 + 15 = 70 \text{ cm}$$

$$0,70 \text{ metros}$$

$$20 \times 20 = 400$$

$$15 \times 15 = 225$$

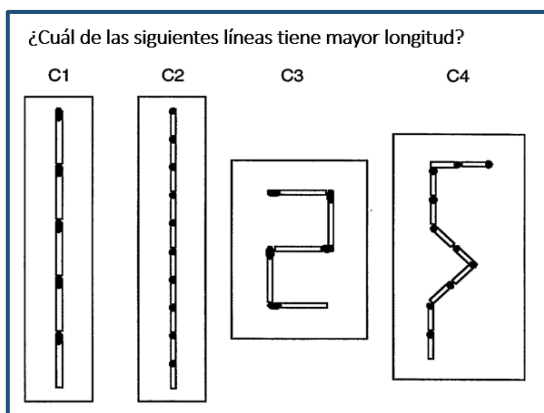
$$625 \text{ m}^2$$

(Nortes y Nortes, 2013)

Conceptualizar un sistema de medida requiere comprender, previamente, los procesos de medición y la idea de unidad de medida. (Chamorro, 2003)

Se juzga que una longitud es mayor que otra si esta es medida con un mayor número de unidades. (Clements y Sarama, 2009)

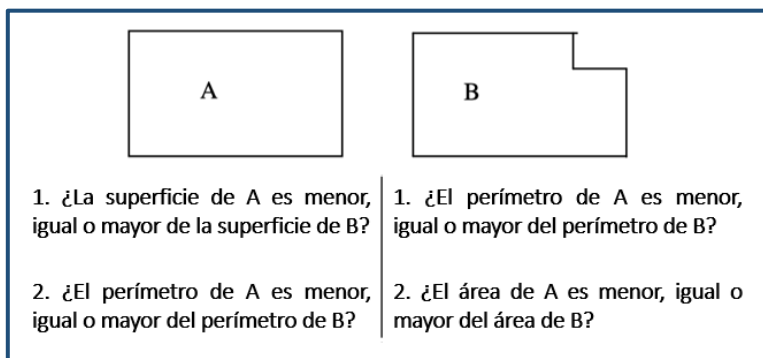
La aritmetización de la medida, sin un entendimiento de la medida, puede influir en que se conciba que el orden de los números determina el orden sobre los objetos. (Chamorro, 2003)



(Clements, 1999)

Se recomienda iniciar con unidades de medida no convencionales, pero requiere reconocer las cualidades y características de la unidad de medida.

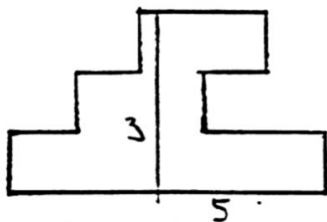
(Clements y Sarama, 2009)



(D'Amore y Fandiño, 2007)

Se suele asumir una relación de dependencia directa entre área y perímetro "A más más", "al doble el doble", "si una cambia la otra también" ... No se reconoce la conservación de la magnitud. (D'Amore y Fandiño, 2007; Olaya, Parra, Cruz, Villamil y Sánchez, 2013; Tierney, Boyd, Davis, 1990)

¿Cuánto mide el área de la siguiente figura?



Entrevistador: ¿Cuántas veces cabe el cuadrado en la figura?

Estudiante: (Contando) Nueve veces

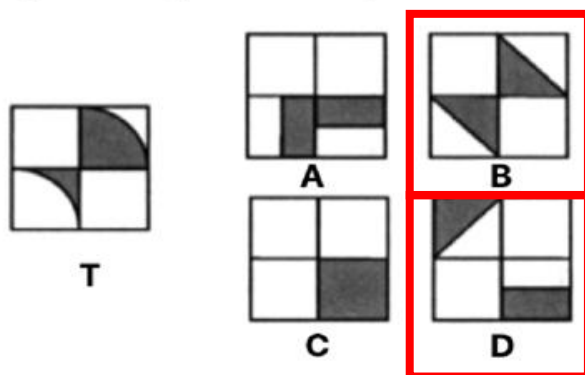
Entrevistador: ¿Cuál es el área de la figura?

Estudiante: 15

(Zacharos, 2006)

Se suele asociar las unidades de superficie con unidades de longitud. No hay una distinción explícita sobre la naturaleza propia de cada una. (D'Amore y Fandiño, 2007)

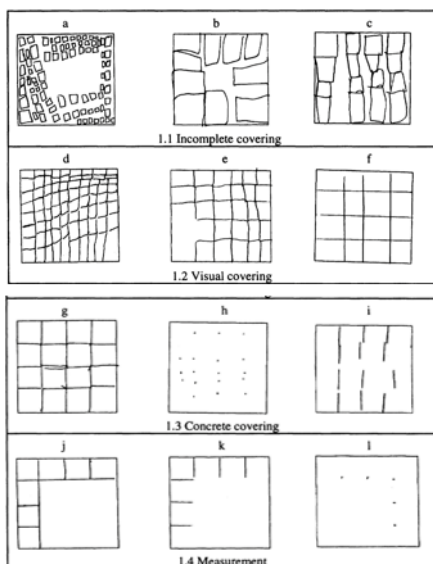
¿Cuál de las figuras de la derecha tiene un área igual a la figura de la izquierda?



(Kospentaris, Spyrou y Lappas, 2011)

La noción de área precisa reconocer características particulares: la conservación del área antecede a su medición. (Cabañas, 2005)

Cubre un cuadrado de 8cm de lado con otro cuadrado de 2cm



(Outhred y Mitchelmore, 2000)

La medición de la superficie precisa de:

- Cubrir totalmente una figura,
- No sobreponer el objeto con el que se cubre,
- Reconocer la igualdad en el objeto que se sobrepone.

(Outhred y Mitchelmore, 2000)

La fórmula de área se relaciona con cubrir una superficie con cuadrados, relación que precisa reconocer la naturaleza de aquello que mide y aquello con lo que se mide.

(Chamorro, 2003)

Dimensión socio epistemológica

En la dimensión epistemológica se buscan los esquemas que se encuentran en la génesis histórica de la división —prácticas, escenarios, procedimientos, etc.— y que dan cuenta de su construcción y significado, los cuales son permeados por el contexto sociocultural de la época.

- ¿Qué elementos se ponen en juego en la reconstrucción de la noción esa medición?
- ¿Cuál es la situación contextual que da origen y uso de la medición?

Libro I

8 Las que entre si conuienen son yguales entre si.

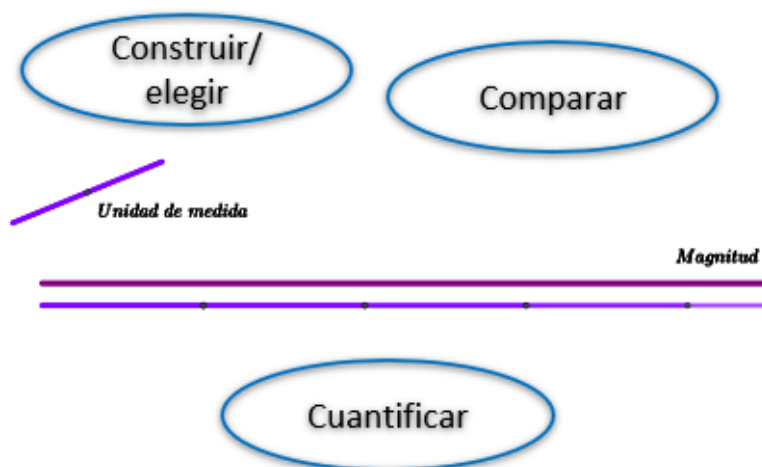
9 El todo es mayor que su parte

Libro V

1. Parte es cantidad de cantidad, menor de la mayor, quando la menor mide a la mayor.
2. Multiplice es mayor de la menor, quando la mide la menor.
3. Razon es vn cierto respecto que tienē dos cantidades de vn mismo genero entre si en alguna manera.



(Zamorano, 1513; Puertas, 1991; Reyes-Gasperini, 2016; Galo, 2019)



(Stöfler, 1513; Guevara y Puig-Pla, 2011; Reyes-Gasperini, 2016; Espinoza, Vergara y Valenzuela, 2018;)



Trabajar un entorno relativo a la cantidad de magnitud supone trabajar la relación de equivalencia. La elección de la unidad de medida no es arbitraria, el orden de magnitud refiere a considerar el tamaño habitual o usual de la magnitud de algún objeto para elegir una unidad de medida conveniente. Chamorro (2003)

Las medidas constituyen con lo que se mide, el hombre que mide y las circunstancias en las que se realiza el acto de la medición, un cuarteto coherente, intérprete de la gesta de la medición. Guedj (2000, p. 173)

La determinación de la equivalencia de superficie precisa de la superposición (Chamorro, 2003) y la reconfiguración (PIDPDM, 2018).

En términos euclidianos se requiere de conservar relaciones entre elementos de las figuras (lados, ángulos, paralelismo) para asegurar la equivalencia de superficie (Galo, 2019)

D'Amore y Fandiño (2007) sugieren el uso de figuras diversas de manera que se conserve ya sea el perímetro o el área.

En síntesis

Medir una magnitud de un objeto (cualidad que se puede cuantificar) precisa de comparaciones con una unidad de medida (convencional o no), elegida convenientemente de manera que tenga cierta cercanía con la magnitud que se mide (orden de magnitud).

Para el tratamiento del perímetro y área se precisa del tratamiento de la equivalencia de magnitud, es decir, considerar figuras de diferente forma que tengan la misma área o perímetro.

Manos a la obra

<https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/>

Manos a la obra

1. Construyan una figura con un área de 25 unidades cuadradas.
¿Cuál es el perímetro de dicha figura?
2. ¿Construyan otra figura con el mismo perímetro pero menor área?
3. ¿Cuál será la figura con ese mismo perímetro y de menor área? ¿Y la de mayor área?

Una situación sobre perímetro y área

Referencias

- Cabañas, G. (2005). "La noción de conservación en el estudio del área". En J. Lezama, M. Sánchez y J. Molina (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 18 (pp. 457-462). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.
- Cabañas- Sánchez, G. y Cantoral, R. (2012). "El papel de la noción de conservación del área en la resignificación de la integral definida". En

- Flores, R. (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 25 (pp. 1031-1040). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría socioepistemológica de la matemática educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. Barcelona: Gedisa.
- Chamorro, M. (2003). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Madrid: Pearson Educación.
- Clements, D. H. (1999). "Teaching length measurement: Research challenges". *School Science and Mathematics*, 99(1), 5-11.
- Clements, D. H., y Sarama, J. (2009). *Early childhood mathematics education research*. New York: Routledge.
- D'Amore B. y Fandiño M. (2007). "Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes". *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(1), 39-68.
- Espinoza, L., Vergara, A. y Valenzuela, D. (2018). "Geometría en la práctica cotidiana: La medición de distancias inaccesibles en una obra del siglo XVI". *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 21(3), 247-274.
- Galo, S. (2019). *El estudio del cambio en Geometría Euclidiana* (Tesis de maestría no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México.
- Guedj, D. (2003). "El metro del mundo" (Tr. Consuelo Serra). España: Anagrama.
- Guevara, I. y Puig-Pla, C. (2011). *Las medidas del mundo. Calendarios, longitudes y matemáticas*. España: RBA Coleccionables S. A.
- Kordaki, M. y Potari, D. (2002). "The effects of area measurement tools on student strategies: The role of a computer microworld". *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7, 65-100.
- Kospentaris, G., Spyrou, P. y Lappas, D. (2011). "Exploring students' strategies in area conservation geometrical tasks". *Educational Studies in Mathematics*, 77, 105-127.
- Martínez-Artero, R. y Nortes, A. (2013). "Perímetro y Área. Un problema en futuros maestros". *Números*, 84, 65-85.
- Mántica, A., del Maso, M., Götte, M. y Marzoni, A. (2002). "La confusión entre área y perímetro. Análisis de una propuesta áulica". *Educación Matemática*, 14(1), 111-119.

- Ministerio de Educación (2011). "Núcleos de Aprendizajes Prioritarios 2.º Ciclo Educación Primaria 4.º, 5.º y 6.º Años". Buenos Aires, Argentina: Consejo Federal de Educación.
- Ministerio de Educación (2018). "Indicadores de Progresión de los Aprendizajes Prioritarios de Matemática". Buenos Aires, Argentina: Ministerio de Educación.
- Moreira, P. (1993). "Difficultés rencontrées par des élèves de cinquième en ce qui concerne la dissociation aire - périmètre pour les rectangles". *Petit*, (34), 5-29.
- Moreira, P. (1996). "À propos de l'apprentissage du concept d'aire". *Petit*, 10(43), 43-68.
- Outhred, L. y Mitchelmore, M. (2000). "Young Children's Intuitive Understanding of Rectangular Area Measurement". *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(2), 144-167.
- PIDPDM (2016). Cápsula 4 (PyLV-CA). Acompañamiento Docente en Matemáticas. México: Programa Interdisciplinario para el Desarrollo Profesional Docente en Matemáticas.
- Puertas, M. (2015). "Elementos. Libros I-VII". España: RBA Coleccionables S. A.
- Reyes-Gasperini, D. (2016). Empoderamiento docente desde una visión socioepistemológica: una alternativa de intervención para la transformación y la mejora educativa (Tesis doctoral no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México.
- Sierra, E. (2008). Pesas y medidas: Un estudio socioepistemológico. El caso Metlatónoc (Tesis de maestría no publicada). Universidad Autónoma de Guerrero, Guerrero.
- Szilágyi, J. Clements, D. y Sarama, J. (2013). "Young Children's Understandings of Length Measurement: Evaluating a Learning Trajectory". *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(3), 581-620.
- Tierney C., Boyd C. y Davis G. (1990). "Prospective Primary Teachers's Conception of área". *PME*, 2, 307-315.
- Toranzos, L. V. (2014). "Evaluación educativa: hacia la construcción de un espacio de aprendizaje". *Propuesta Educativa*, 41, 9-19. Buenos Aires, Argentina: FLACSO – Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales.
- Zacharos, K. (2006). "Prevailing educational practices for area measurement and students' failure in measuring areas". *Journal of Mathematical Behavior*, 25, 224-239.

Momentos de la actividad



Figura 1. Auditorio



Figura 2. Presentación M. Sc. Juan Carlos Iglesias



Figura 3. Presentación M. Sc. Mario Canales



Figura 4. Estudiante Walter Ford durante su participación



Figura 5. Melissa Morales durante su exposición.



Figura 6. Pablo Alvarado durante su presentación.



Figura 7. Presentación por el Dr. Selvin Galo



Figura 8. Presentación por el M. Sc. Víctor Cárdenas



Figura 9. Convivio después de las conferencias.